MATEMÁTICA

LEER, ESCRIBIR Y ARGUMENTAR



NÚCLEOS
DE APRENDIZAJES
PRIORITARIOS

SERIE CUADERNOS
PARA EL AULA
ESTUDIANTES



ÍNDICE


para llegar al desvío
de la ruta
PRECAUCIÓN DESVÍO A 1500 m
0 0,1 0,2 0,3

1 PARECE DISTINTO PERO NO LO ES

En muchas ocasiones, en Matemática, usamos diferentes formas para expresar lo mismo. Podemos escribir un número de diferentes maneras, usar unidades distintas para indicar una cantidad y además en, Geometría, hay más de una forma de caracterizar una figura. También los gráficos ofrecen alternativas, cuando se trata de comunicar información.





Conocer las diferentes formas de expresión que usa la Matemática permite tomar decisiones para hacer más accesibles algunos problemas, encontrar procedimientos más económicos o expresar resultados de forma más simple.

ACERTIJO



Tres jóvenes discutían largamente acerca de la forma en que debían distribuirse un lote de 35 camellos que su padre, recientemente fallecido, les había dejado como herencia. Pero la herencia no fue cedida en porciones iguales, el padre le dejó al hijo mayor la mitad del lote; al del medio le cedió la tercera parte del lote y al hijo menor le asignó la novena parte del lote.
Cuando Beremiz, un hombre de profundos conocimientos matemáticos, pasó por allí, rápidamente detectó el obstáculo que impedía que los hermanos se pusieran de acuerdo con el reparto.
Dado que 35 no es divisible ni por dos, ni por tres, ni por nueve, los hermanos no podían concretar el reparto según la voluntad del padre.
Fue entonces cuando Beremiz ofreció generosamente su propio camello para que el lote pasara a estar constituido por 36 animales.
Como 36 es divisible por dos, por tres y por nueve, entonces los hermanos podrían cumplir con los deseos paternos. Además, como ahora el número de animales para repartir es 36, el mayor recibirá 18 camellos, que es más que lo que el padre le había dejado como herencia, el del medio recibirá 12 animales, también más de lo que estableció el padre, y finalmente el hijo menor recibirá 4 camellos, que también es más de lo asignado.
Entonces Beremiz explicó:
–Como 18 + 12 + 4 es igual a 34, yo recupero mi camello, pues lo necesito para continuar mi viaje y me cobro este otro hermoso animal como premio por haber resuelto el problema convenientemente.

- ¿Podrías explicar cómo supo Beremiz que si agregaba su camello al lote ganaría un animal?

PISTA

¿Es cierto que el padre decidió repartir los 35 camellos entre sus tres hijos? ¿Qué cálculo se podría proponer para saberlo?
Para resolver este acertijo, es bueno tener en cuenta que un mismo número racional se puede escribir de diversas formas. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ se puede expresar como: $\frac{6}{9}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{30}{40}$, $\frac{60}{80}$, etc.
Pensar en las distintas alternativas que brindan las fracciones equivalentes te permitirá encontrar la que resulta más ventajosa para descubrir las respuestas.

¿ES EL MISMO NÚMERO O ES DISTINTO?

Los números racionales pueden expresarse de distintas formas: como fracciones equivalentes, expresiones decimales, porcentajes, tanto por mil, etc.
Si una fracción tiene el numerador menor que el denominador, ¿cómo comienza su expresión decimal? ¿Por qué?
Si una expresión decimal empieza con 2..., ¿cómo debe ser el numerador comparado con el denominador?
Si un porcentaje excede el 100 %, pero es inferior al 200 %, ¿cómo comienza su expresión decimal?

¿Cómo nos damos cuenta si una fracción indica lo mismo que una expresión decimal o un porcentaje?

PROBLEMA 1

a. ¿Cuántos números distintos podés encontrar en este recuadro?

$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$\frac{14}{16}$
0,875	1,5	$\frac{12}{9}$	
$\frac{1500}{1000}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{15}{20}$
$1\frac{2}{6}$	$\frac{15}{10}$	$\frac{21}{14}$	
$\frac{9}{12}$	$\frac{750}{10000}$	$\frac{875}{1000}$	$\frac{3}{2}$
0,75	$\frac{40}{30}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{21}{24}$

b. Tres chicos no se ponen de acuerdo al ordenar unos números de menor a mayor. En particular, dudan sobre cómo deben ir los números $\frac{17}{8}$ 2,125 y $2\frac{1}{8}$. ¿Cuál es el orden correcto y por qué?

PROBLEMA 2

```
  1 3
  1,25
 x 3,7
 -----
   875
+ 375
 -----
 46,25
```

Observá la cuenta que está en el lateral y respondé a las preguntas.
a. ¿Por qué al resolver la cuenta comenzamos multiplicando 125 por 37?
b. ¿Por qué contamos la cantidad de cifras decimales y las sumamos para ubicar la coma en el resultado?
c. ¿En qué te ayudaría presentar la multiplicación de este modo: $\frac{125}{100} \times \frac{37}{10}$, para responder a las preguntas anteriores?

PROBLEMA 3

Un chico procede del siguiente modo:

```
    3,125
+  12,500
  315,220
  -------
  330,845
```

Otro compañero lo resuelve así:

$$\frac{3125}{1000} + \frac{125}{10} + \frac{31522}{100} = \frac{3125}{1000} + \frac{12500}{1000} + \frac{315220}{1000}$$
$$= \frac{330845}{1000}$$

Un tercer alumno propone:
3 + 12 + 315 = 330

$$0{,}125 + 0{,}5 + 0{,}22 = \frac{125}{1000} + \frac{5}{10} + \frac{22}{100}$$
$$\frac{125}{1000} + \frac{500}{1000} + \frac{220}{1000}$$

Si el resultado debe ser: $330\,\frac{845}{1000}$, ¿todos llegan al mismo resultado? ¿Cómo lo pensó cada uno?

PROBLEMA 1

a. El local de venta de electrodomésticos "Saturno" promociona el uso de su propia tarjeta de crédito anunciando un 25 % de descuento sobre sus productos si se la utiliza para comprar. En la publicidad radial, destaca lo conveniente que es tener la tarjeta, porque con otras promociones, el descuento solo alcanza a la quinta parte de la compra.
¿Es realmente ventajosa la tarjeta? ¿Por qué?
b. Un cliente compra en el local "Saturno" cinco artículos que estaban promocionados con un 20 % de descuento por pago en efectivo. El cliente comienza a calcular mentalmente el 20 % de cada artículo para restar ese importe del precio de lista y sumar luego las precios con el descuento. El comerciante, rápidamente, suma los precios sin descuento con su calculadora y multiplica el total por 0,8.
¿Pensás que el cliente debe terminar su cuenta para controlar el importe que debe pagar o puede confiar en el valor que dice el comerciante?



¿ES EL MISMO NÚMERO O ES DISTINTO? **REFLEXIONES**

PROBLEMA 1

Analizá si las afirmaciones siguientes son verdaderas a veces, siempre o nunca y justificá tu decisión en cada uno de los casos.
a. Si una fracción tiene el numerador mayor que el denominador, su expresión decimal empieza 1,…
b. Si una expresión decimal comienza 0,… el numerador de su expresión fraccionaria es mayor que el denominador.
c. Si un porcentaje no llega al 100 %, se puede expresar con una fracción en la que el numerador es menor que el denominador.
d. Toda fracción tiene una expresión decimal con un número finito de cifras decimales.
e. Al dividir el numerador de una fracción por su denominador, en algún momento el resto dará cero.
f. Un número natural solo se puede expresar con una fracción de denominador 1.

PROBLEMA 2

Escribí una síntesis, señalando cuántas formas conocés de expresar un número racional y explicá cómo se puede transformar una en otra.

Las expresiones decimales pueden poseer un número finito o infinito de cifras decimales.

El resto 1 se repite infinitamente, lo que provoca que en el cociente se repita la cifra 3. Notaríamos algo semejante con fracciones como $\frac{1}{7}$ ó $\frac{1}{30}$, pero no ocurre lo mismo con $\frac{1}{8}$ ó $\frac{1}{20}$.

Si descomponemos en factores los denominadores, obtenemos:
3 = 3 x 1 30 = 3 x 5 x 2 8 = 2 x 2 x 2 20 = 5 x 2 x 2
En un tercio, 3 no se puede expresar como producto entre factores 2 y 5. Lo mismo ocurre con los denominadores 7, 30 y 8.
Si los denominadores de las fracciones se pueden expresar con multiplicaciones de factores 2 y 5, las expresiones decimales correspondientes solo tendrán un número finito de cifras.
¿Qué ocurre con las expresiones decimales de las fracciones que no tienen denominador 1?

¿ES LA MISMA INFORMACIÓN O NO?

Actualmente, mucha de la información disponible llega a nosotros a través de gráficos. Existen gráficos muy variados, algunos de ellos poseen barras de diferentes alturas, otros muestran sectores circulares, otros se diseñan con líneas, etc. Es más, buscando datos sobre un mismo tema en distintos textos o medios periodísticos nos encontramos con gráficos diferentes.

Si dos gráficos sobre un mismo tema son distintos, ¿podríamos asegurar que expresan valores diferentes? Y si dos personas vuelcan los mismos datos en un gráfico, ¿podemos anticipar que coincidirán?

¿Cómo nos damos cuenta si la información que aparece en gráficos distintos es o no la misma?

PROBLEMA 1

El gerente de la empresa de insumos informáticos “Compu Math” solicitó la cantidad de clientes que captó la empresa a lo largo del año en curso. El pedido fue transmitido a dos empleados de distintos departamentos: Ventas y Distribución.

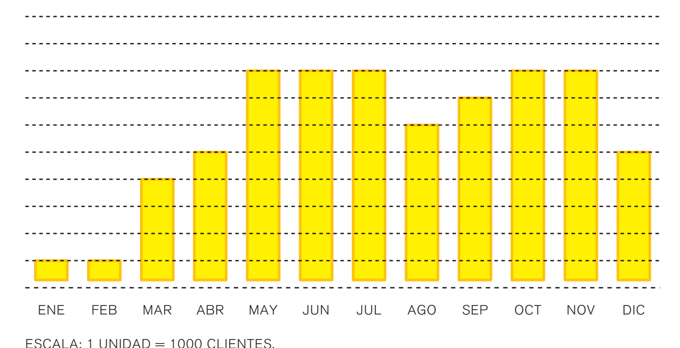
El responsable de Ventas afirmó que la empresa tiene más clientes que los que registró Distribución y que basta ver los gráficos para darse cuenta.

¿Compartís el criterio del responsable de Ventas?

¿Qué pensás que pudo haber dicho el gerente?

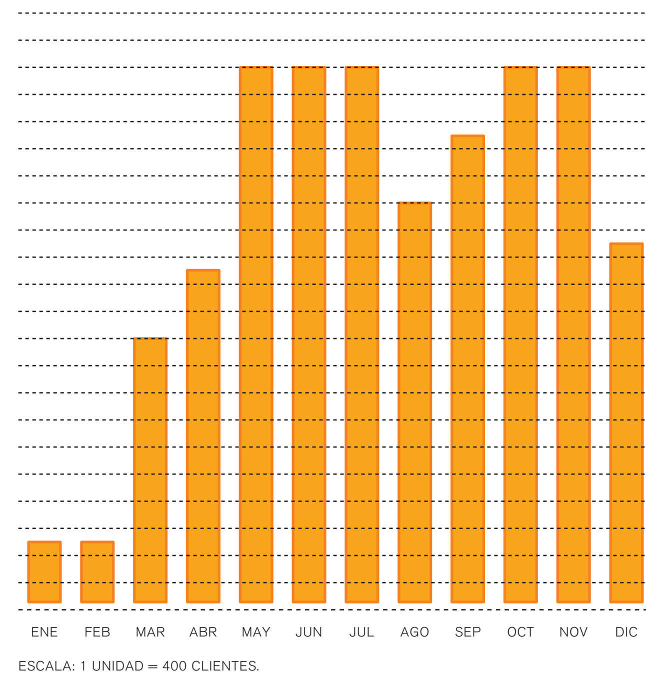


DEPARTAMENTO DE DISTRIBUCIÓN



ESCALA: 1 UNIDAD = 1000 CLIENTES.

DEPARTAMENTO DE VENTAS



ESCALA: 1 UNIDAD = 400 CLIENTES.

PROBLEMA 2

Los médicos Álvarez y Martínez siguieron individualmente la evolución de la temperatura corporal de un paciente y cada uno armó un gráfico de sus registros.

A las 6:00 de la mañana, la temperatura registrada fue de 40º, a las 10:00 hs, de 38º, temperatura que se mantuvo hasta las 14:00 hs. Dos horas más tarde, la temperatura descendió un grado y se mantuvo estable el resto del día.

Cuando ambos médicos presentaron el informe al jefe de sala, se dieron cuenta de que los gráficos no coincidían.

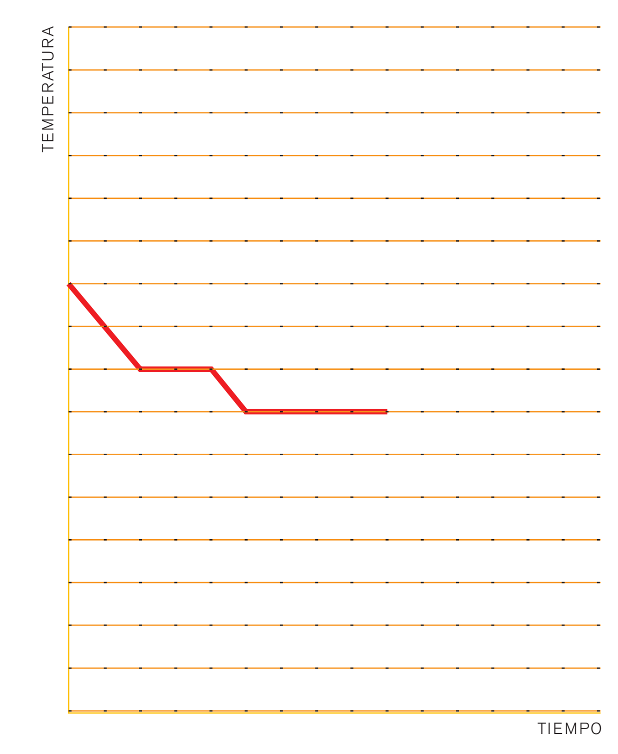
a. ¿Es cierto que según el gráfico del doctor Álvarez el paciente tardó más tiempo en responder a la medicación? ¿Por qué?

b. ¿Qué criterios usaron los médicos para elegir las escalas y los orígenes en los ejes de coordenadas?



REGISTRO DEL DR. ÁLVAREZ

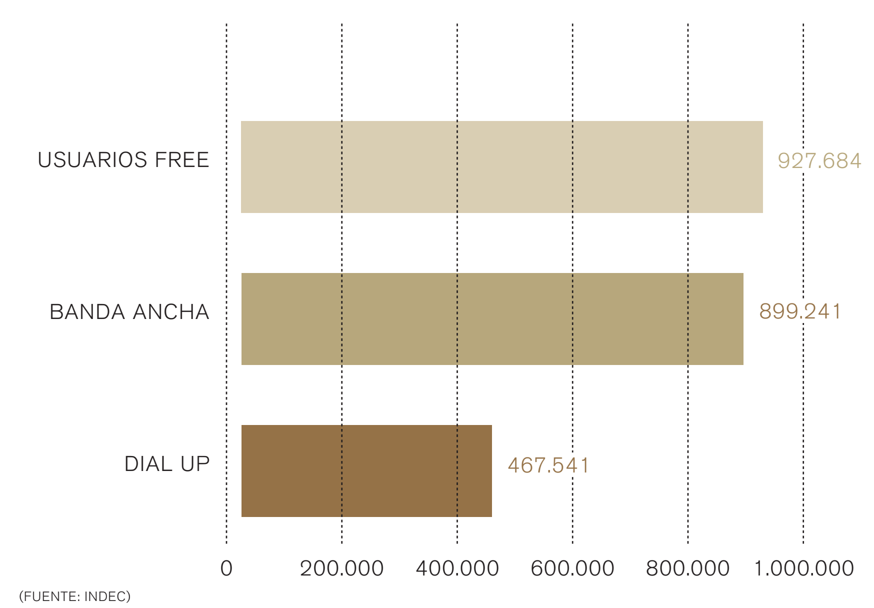
REGISTRO DEL DR. MARTÍNEZ



PROBLEMA 3

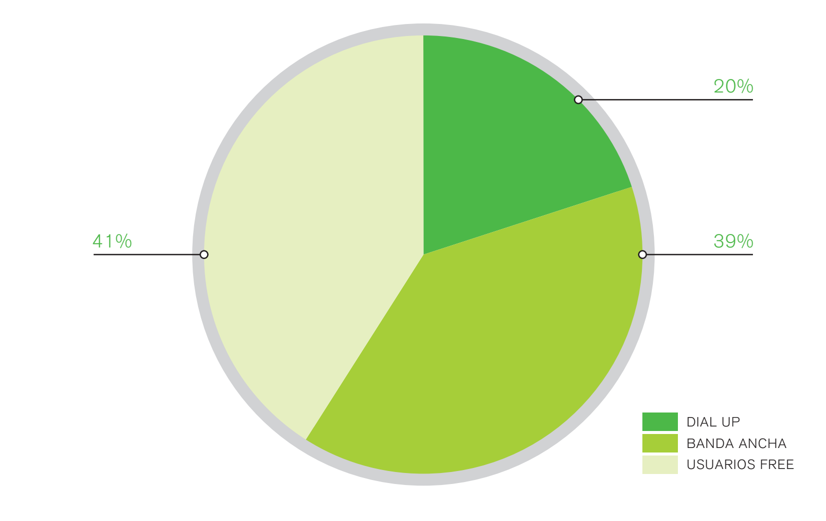
Los siguientes gráficos aparecieron en distintos periódicos y muestran los usuarios de Internet, en marzo de 2006.
¿Es cierto que los gráficos brindan la misma información sobre el tipo de acceso a Internet que tienen los usuarios? ¿Por qué?

CADA VEZ MÁS GENTE USA INTERNET



(FUENTE: INDEC)

AUMENTA EL CONSUMO DE BANDA ANCHA



(FUENTE: INDEC)

¿ES LA MISMA INFORMACIÓN O NO? **REFLEXIONES**

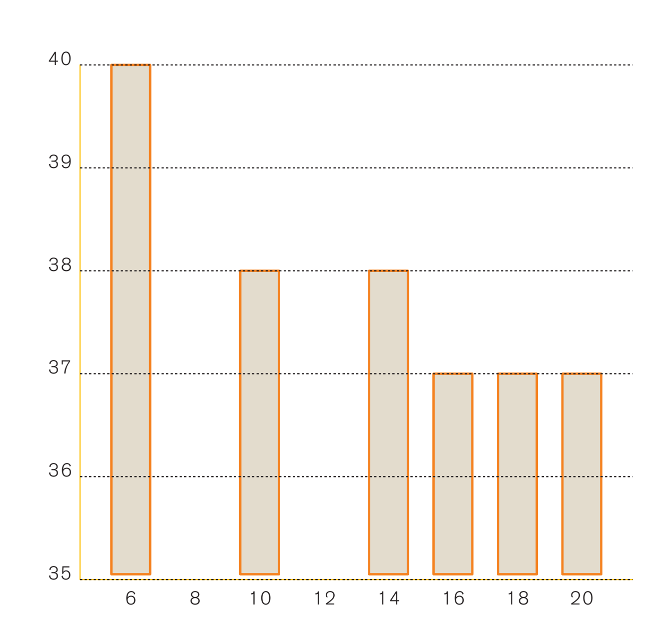
PROBLEMA 1

Resolvé los siguientes interrogantes.
a. Si volcamos los mismos datos en dos gráficos, ¿necesariamente coinciden? ¿Por qué?
b. Si dos gráficos son distintos, ¿seguro expresan valores diferentes? ¿Por qué?
c. Proponé dos gráficos que expresen lo mismo con distinta escala.
d. ¿Cualquier modalidad de gráfico es indistinta para expresar cierta información?

PROBLEMA 2

Elaborá un texto breve en el que registres tus conclusiones sobre los cuidados que hay que tener al interpretar un gráfico.

Existen diferentes tipos de gráficos. Algunos de ellos se emplean para expresar la evolución de un proceso, otros representan acumulaciones, otros frecuencias, etc.
Si bien en algunos casos los datos pueden expresarse con más de un gráfico, no todos muestran con la misma claridad aquello que se quiere destacar.
Como ejemplo, basta analizar el caso del paciente con fiebre.



Este gráfico da la impresión de saltar de una temperatura a otra, sin tomar valores intermedios. Nuevamente, el gráfico oculta algo que queremos reflejar.

REGISTRO DEL DR. ÁLVAREZ



El gráfico lineal es el que mejor expresa la evolución de la temperatura a lo largo del día.

¿ES O NO ES LA MISMA CANTIDAD?

Al escribir e interpretar magnitudes, como por ejemplo las distancias entre distintos puntos en un mapa, surgen preguntas como:
Si dos distancias están expresadas con distintos valores numéricos, ¿podríamos asegurar que una es mayor que la otra? ¿Y si están expresadas con la misma unidad de medida?

¿Cómo nos damos cuenta de que dos expresiones indican o no una misma cantidad?

PROBLEMA 1

Dos operarios de una planta potabilizadora de agua discuten acerca del tiempo que tardará en llenarse un nuevo piletón de decantación. Las bocas vierten agua a un ritmo de 1200 litros por minuto. Las dimensiones del piletón son: 30 metros de largo, por 8 metros de ancho, por 5 metros de profundidad.
Uno de los operarios dice que van a pasar varios días hasta que el piletón se llene, mientras que el otro empleado asegura que se llenará en menos de un día.

- ¿Cuál de los dos operarios tiene razón? ¿Por qué?



En algunos envases de bebidas, la información sobre su contenido se indica con distintas unidades.



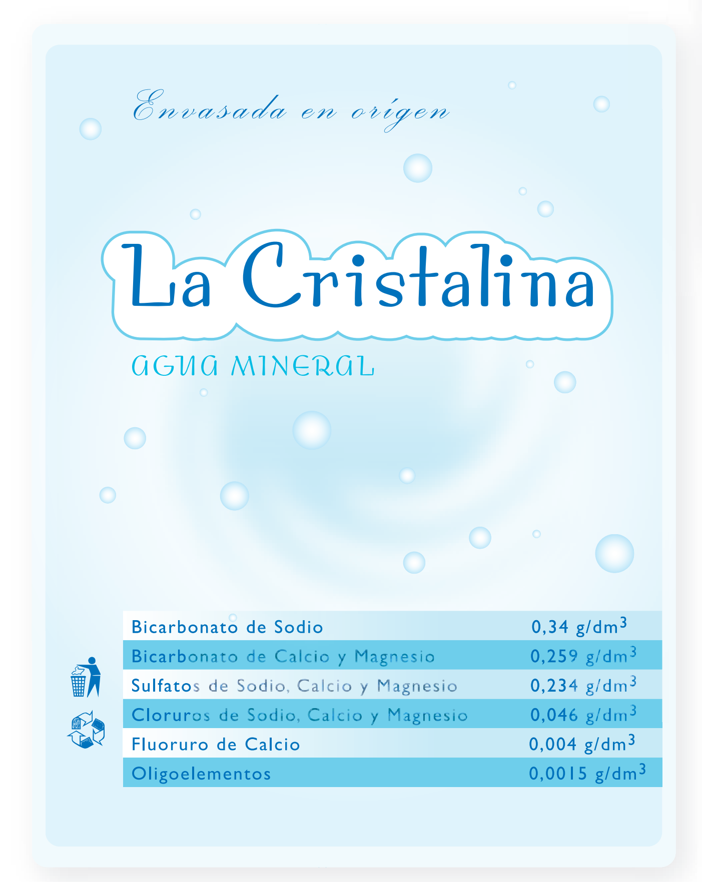
Para indicar capacidades, se usan múltiplos y submúltiplos del litro:
0,001 kl = 0,01 hl = 0,1 dal = **1 litro** = 10 dl = 100 cl = 1000 ml.
Para el indicar el volumen, se usan unidades relacionadas con el metro cúbico:
1 m³ = 1000 dm³ = 1.000.000 cm³.
Para relacionar unidades de capacidad y de volumen, usamos la siguiente equivalencia:
1 litro = 1 dm³.

PROBLEMA 2

Leé las siguientes etiquetas de distintos envases de agua mineral.

Cuando se indica que una bebida contiene, por ejemplo, 0,3 mg/cm³ de un determinado mineral, esto significa que 1 cm³ de líquido contiene, entre otras sustancias, 0,3 mg del mineral que se menciona.







a. En su publicidad radial, la empresa “El Manantial”, asegura que su producto es más rico en minerales que los de sus competidores. ¿Es confiable esa publicidad? ¿Por qué?
b. Si un médico le indica a un paciente una dieta baja en sodio, ¿qué marca le conviene comprar al paciente?

PROBLEMA 3

Leé la siguiente noticia periodística y luego respondé a las preguntas. Para eso, tené en cuenta las siguientes equivalencias:

1 pie = 0,3048 metros   1 milla = 1,61 km   1 pulgada = 2,54 cm

MISIONES ESPACIALES

Pérdida por un fallo humano de conversión métrica



10 oct. 1999 - La sonda Mars Climate Orbiter, perdida a finales de septiembre, parece que fue víctima de un fallo de conversión de unidades métricas entre dos equipos de técnicos. Mientras que Lockheed Martin, la empresa constructora, había utilizado el sistema inglés en el instrumental de la sonda, el Laboratorio de Propulsión a Chorro (JPL) usaba el sistema internacional. Según los resultados preliminares de la investigación, la causa de la pérdida del Orbitador Climático de Marte fue que mientras un equipo usaba pulgadas y libras, otro usaba metros y kilogramos. *Nuestra incapacidad para detectar y corregir este simple error ha tenido implicaciones mayúsculas*, afirmó Edward Stone, director del JPL. En la actualidad, se están tomando las debidas precauciones para que esto no vuelva a suceder, sobre todo con vistas a la próxima llegada de la Mars Polar Lander (MPL), la cual hará descender un explorador a la superficie del polo sur marciano.

Fuente: http://www.infoastro.com/199910/10marte.html

Medir ángulos y medir tiempo es, en esencia, lo mismo. Los ángulos expresan giros y el tiempo solemos evaluarlo también a través de giros. Un día es 1 giro completo de la Tierra sobre su propio eje. La hora es $\frac{1}{24}$ de giro completo de la Tierra sobre su propio eje. El minuto es $\frac{1}{60}$ de hora, por lo tanto es $\frac{1}{1440}$ de giro completo de la Tierra sobre su propio eje. Del mismo modo se podría trabajar con el segundo. ¿Qué parte de una rotación terrestre es el segundo?

a. Si el altímetro de un satélite indica 1000 millas y el de otro satélite, 1000 km. ¿Cuál está más cerca de la superficie terrestre?
b. ¿Qué distancia es menor: 10 pies ó 10 m?
c. La medida de una cantidad en pulgadas, ¿es mayor o menor que su medida en centímetros? ¿Por qué?

PROBLEMA 4

Las avionetas tienen, usualmente, altímetros graduados en pies.
a. ¿Cuánto indica el altímetro de una avioneta que vuela a 500 metros del suelo? ¿Y si sube a 1000 metros?
b. La sensibilidad de un aparato de medición está relacionada con el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir. Por ejemplo, si una balanza tiene una sensibilidad de 1 mg, significa que la balanza no registra diferencias menores que esa cantidad.
Un altímetro cuya escala está en pies, ¿es más o menos sensible que uno graduado en metros? ¿Por qué?

Al responder a las preguntas, recordá que 1 pie = 0,3048 metros.

¿ES O NO ES LA MISMA CANTIDAD?
REFLEXIONES

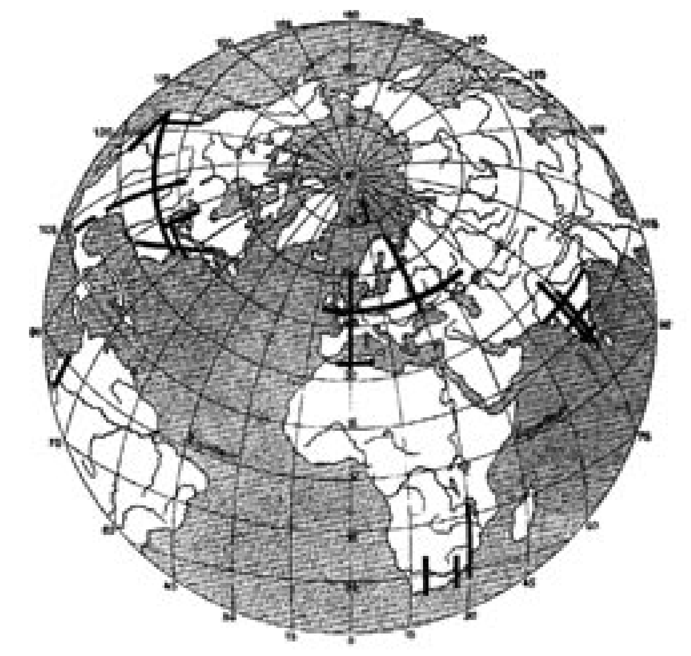
PROBLEMA 1

Haber resuelto los problemas anteriores seguramente te permitirá responder a los siguientes interrogantes.
a. ¿Se pueden comparar dos distancias conociendo solo el valor numérico e ignorando la unidad de medida? ¿Por qué?
b. ¿Se pueden comparar dos distancias conociendo solo la unidad de medida empleada? ¿Por qué?
c. Si en las preguntas anteriores, en vez de preguntar por distancias, se hubiera preguntado por lapsos de tiempo, pesos, áreas o volúmenes, ¿modificarías las respuestas? ¿Por qué?

PROBLEMA 2

Escribí un texto breve en el que expliques cómo te das cuenta de que dos expresiones indican o no una misma cantidad.

Antes de la Revolución Francesa, que se desarrolló entre 1789 y 1799, no existía una unidad de medida unificada. Esto provocaba abusos por parte de los dueños de las tierras, porque los campesinos debían pagar impuestos dando parte de sus cosechas en función de las unidades elegidas según la propia conveniencia de sus señores. Con la Revolución Francesa se dictó la *Declaración de los Derechos del Hombre y del Ciudadano*, y las personas, por primera vez en la historia de la humanidad, tuvieron la posibilidad de ser iguales ante la ley. Esto llevó a unificar también los sistemas de medida y una de las primeras unidades elegidas fue el metro, que se definió en ese momento como la diezmillonésima parte de un cuarto de meridiano terrestre.



Medidas sobre los meridianos que se habían realizado a comienzos del siglo XX.

¿ES O NO ES LA MISMA FIGURA?

Si dos o tres personas describen una misma imagen u objeto es poco probable que los relatos coincidan plenamente, ya que podrían usar referencias muy diversas. Lo mismo ocurre con las figuras.
¿Es posible que dos personas dibujen una misma figura si tienen distintos datos?

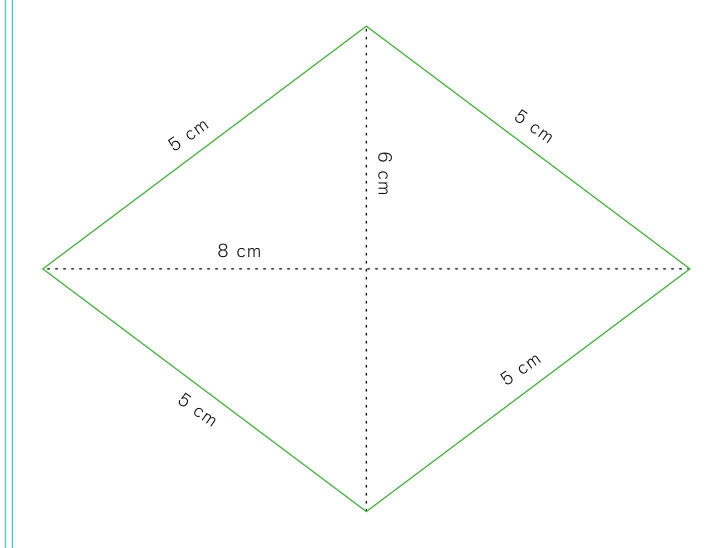
¿Cómo nos damos cuenta de que dos conjuntos de datos permiten construir figuras distintas o no?

PROBLEMA 1

a. Daniel y Lucía reciben un dibujo de un triángulo y deben describirlo. Lucía dice que tiene una base de 5 cm y los ángulos de la base son de 60° cada uno, mientras que Daniel se refiere a su triángulo como equilátero de 5 cm de lado.
¿Lucía y Daniel recibieron el mismo dibujo o están ante dos triángulos distintos? ¿Por qué?
b. Daniel construye un rectángulo de 4 cm de base y 3 cm de altura y Lucía diseña un rectángulo de 4 cm de base y 5 cm de diagonal. Lucía dice que su rectángulo va a quedar más alto. ¿Pensás que tiene razón? ¿Por qué?

PROBLEMA 2

Redactá un instructivo para construir la siguiente figura teniendo en cuenta:
a. Las diagonales.
b. Sus lados y un ángulo interior.
c. Una diagonal y un lado.
d. Proponé una forma diferente a las anteriores.

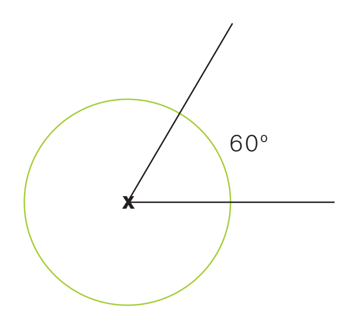


PROBLEMA 3

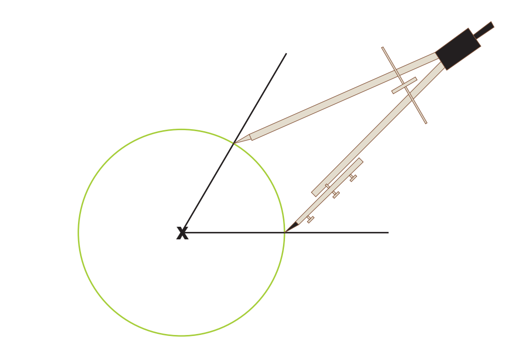
Cuatro alumnos discuten acerca de los pasos que hay que seguir para construir un exágono regular. ¿En qué se basa cada uno para afirmar que la figura que obtiene tiene los lados y los ángulos congruentes?

Cecilia realizó el cálculo 360° : 6 = 60°, dibujó un ángulo de 60° con vértice en el centro de una circunferencia, tomó con el compás la distancia entre los puntos en los que los lados del ángulo cruzan a la circunferencia y usó esa abertura para marcar, en forma consecutiva, los vértices restantes. Finalmente, unió los seis puntos obtenidos.

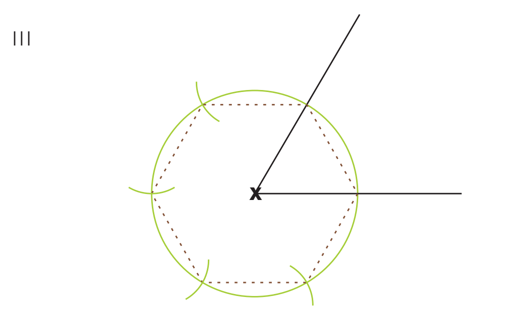
I



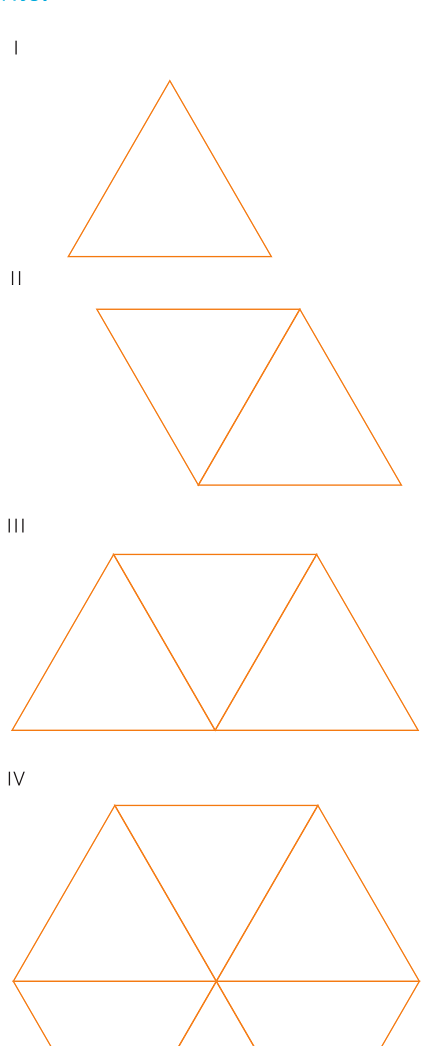
II



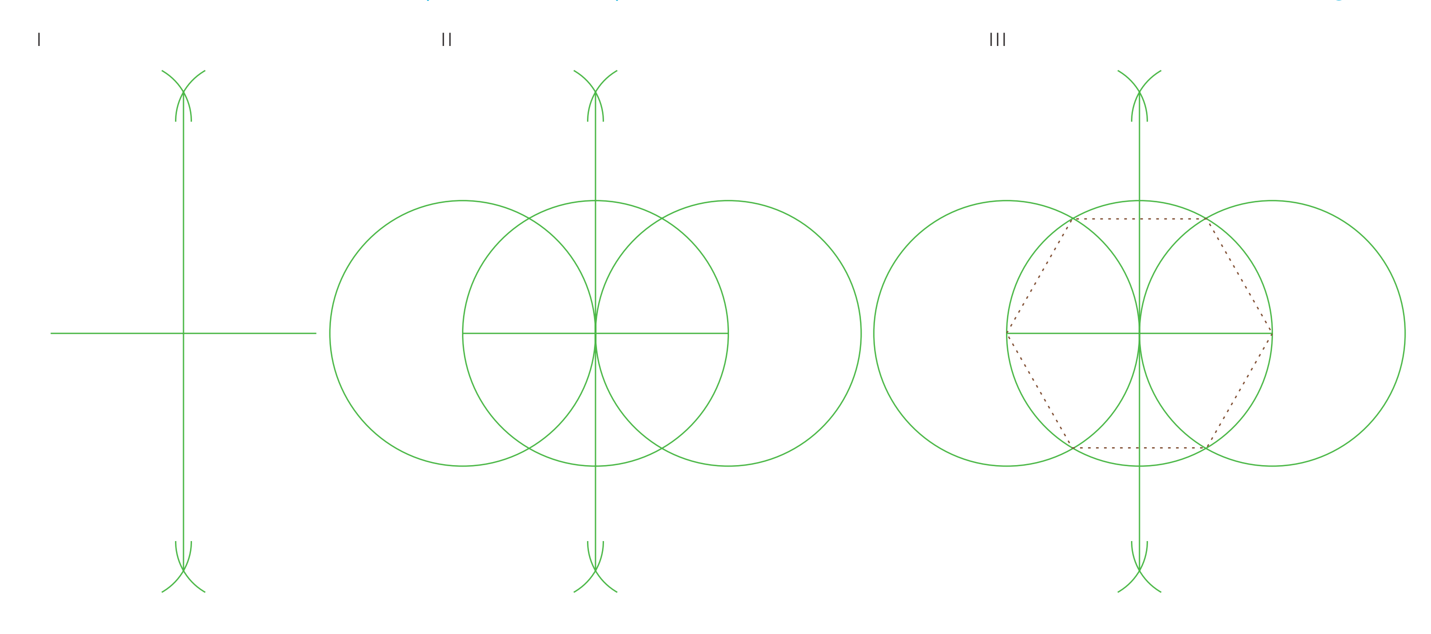
III



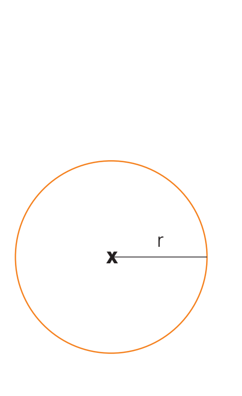
Sasha comenzó dibujando un triángulo equilátero. A partir de él continuó con un segundo triángulo equilátero congruente con el anterior, luego agregó un tercero y un cuarto, un quinto y un sexto.

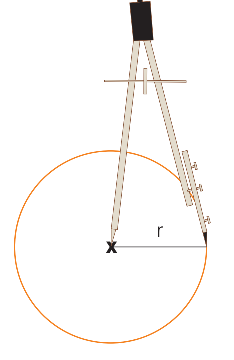


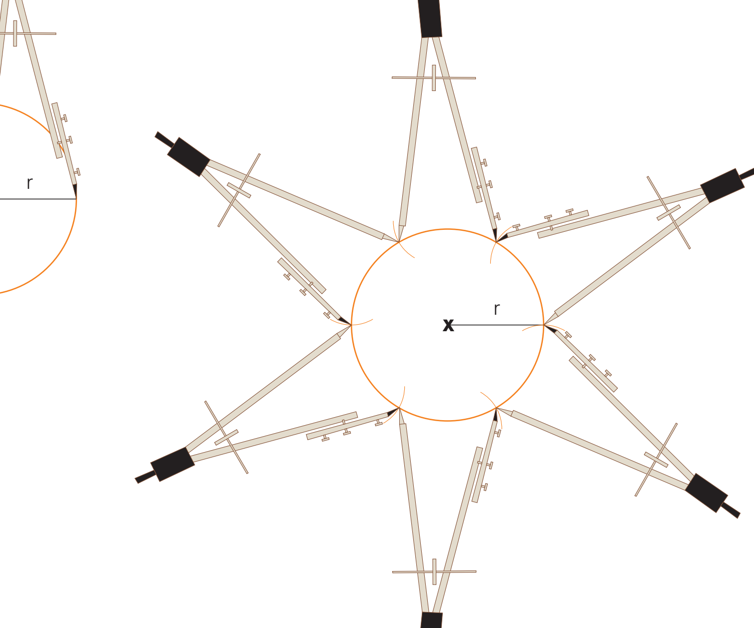
Nahuel, primero, dibujó un segmento y trazó su mediatriz. Luego, con la medida de medio segmento como radio, dibujó tres circunferencias y usó los puntos en los que se cortaron las circunferencias como vértices del exágono.



Silvana dibujó una circunferencia y, a partir de su radio, obtuvo los vértices de su polígono.







¿ES O NO ES LA MISMA FIGURA? **REFLEXIONES**

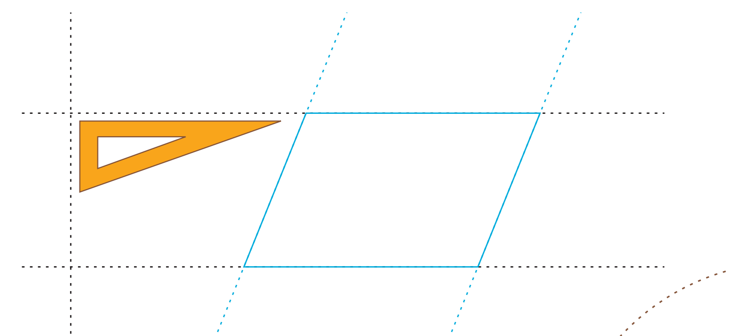
PROBLEMA 1

a. Si dos instructivos para construir figuras geométricas difieren entre sí, ¿las figuras que se obtienen son necesariamente distintas?
b. Dada una figura, ¿existe una única forma de describirla?
c. Dibujá una figura y referite a ella al menos de dos formas diferentes.

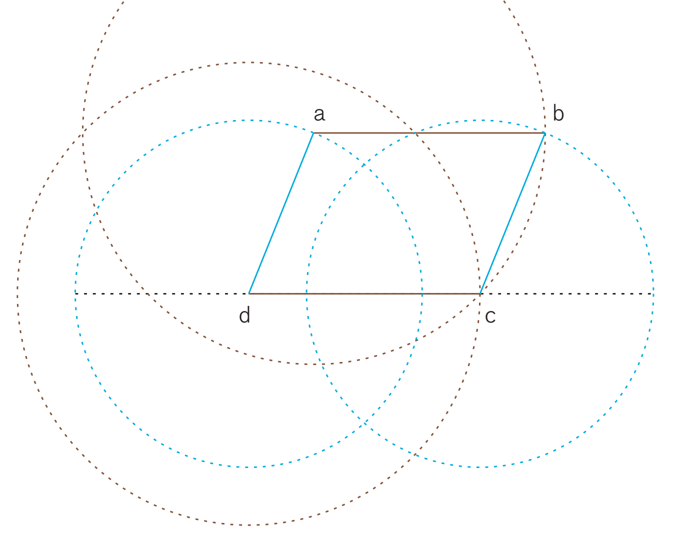
PROBLEMA 2

Registrá las conclusiones a las que llegaste en el problema 1.

Los diferentes pasos que seguimos en una construcción geométrica responden a la aplicación de distintas propiedades. Por ejemplo, si tomamos la regla y la escuadra para construir un paralelogramo, podemos recurrir al trazado de líneas paralelas. Si contamos solo con regla y compás, podemos recurrir al trazado de circunferencias, tomando como radio la medida de los lados.



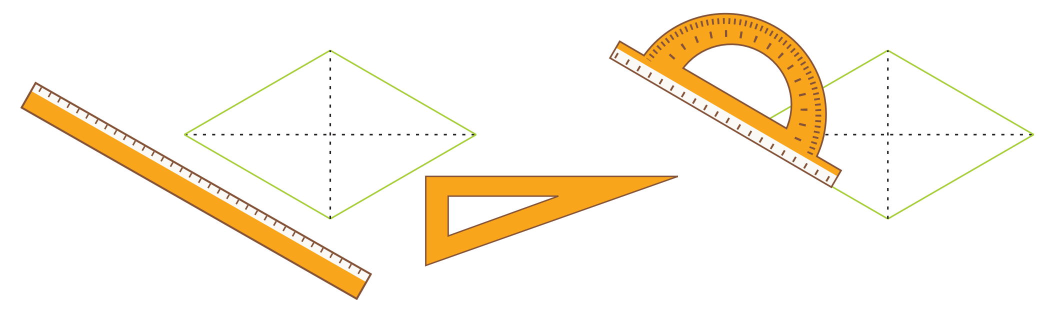
En el primer caso, el paralelogramo es concebido como un cuadrilátero de lados opuestos paralelos; mientras que en el segundo caso, el paralelogramo es concebido como un cuadrilátero de lados opuestos congruentes.



PARA SEGUIR PENSANDO

¿Por qué parece distinto pero no lo es?

En muchas ocasiones, la Matemática expresa lo mismo de forma diversa. Lo hemos podido notar con números, con figuras y con gráficos.
Los números racionales se pueden presentar de distintas formas, pero no todas las maneras muestran del mismo modo aquello que deseamos resaltar. El número $\frac{1}{4}$ también puede indicarse $\frac{250}{1000}$, $\frac{2}{8}$ ó 0,25, entre otras formas posibles. Pero si pensamos en una moneda de 25 centavos solo una de esas expresiones refuerza la idea de que el centavo es la centésima parte del peso.
Podemos expresar los resultados de un censo usando fracciones o porcentajes. Por ejemplo, más de la mitad de la población habita en las grandes ciudades o bien más del 50 % de la población habita en las grandes ciudades. El uso hace que sea más frecuente un modo de expresión que otro. El primer modo hace referencia a una parte de la población, mientras que el segundo implica una razón: 50 de cada 100.
Algo semejante sucede con las construcciones geométricas. La figura geométrica está definida por la totalidad de propiedades que cumple, pero podemos referirnos a ella a través de diversos datos. Los elementos geométricos que empleamos en una construcción, los pasos que efectuamos, realzan ciertas propiedades de las figuras y omiten otras. Por ejemplo, si conocemos las longitudes de las diagonales de un rombo, podemos hacerlo con regla y escuadra, pero si el dato es la longitud de los lados, necesitamos averiguar la medida de uno de sus ángulos y usar transportador.



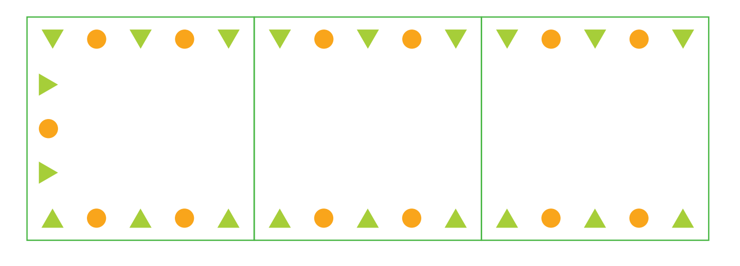
Si conocemos las diversas formas en que la Matemática presenta su información tomaremos decisiones más pertinentes, podremos buscar soluciones más económicas y justificar procedimientos en forma más sintética. Si desconocemos estas diferencias, corremos el riesgo de hacer interpretaciones erróneas y tomaremos decisiones que no son pertinentes.

Dos fórmulas distintas también pueden ser equivalentes

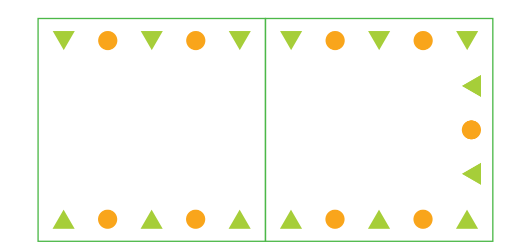
No solo los números, las cantidades y las figuras pueden presentarse de modos diversos, sino también distintas fórmulas, por ejemplo las que expresan cómo varía una cantidad en función de la variación de otra.

PROBLEMA 1

Un albañil está colocando azulejos en un baño. Los dueños de la casa quieren decorar el baño pintando una guarda que abarca todas las paredes, y le presentan el siguiente diseño:



......



a. ¿Podría la guarda contener 150 triangulitos? ¿y 100? ¿Por qué?
b. ¿Cómo se puede conocer el número de triangulitos que hay a partir de la cantidad de azulejos de la guarda?
c. ¿Podrías proponer una forma para averiguar el total de círculos, conociendo la cantidad de azulejos?
d. ¿Cuáles de estas fórmulas sirven para calcular el total de triangulitos de la guarda?

En las expresiones donde se usan letras y números, es posible escribir tanto 6 x n como 6 · n o, simplemente, 6n.
6 x n = 6 · n = 6 n

$6 \cdot n + 2$ $\quad (3 \cdot n + 1) \cdot 2$
$6 \cdot n + 4$ $\quad (3 \cdot n + 2) \cdot 2$ $\quad$ n: total de azulejos de la guarda.

e. ¿Cuáles de estas fórmulas sirven para calcular el total de círculos que tiene la guarda?

$4 \cdot n$ $\quad (2 \cdot n + 1) \cdot 2$
$4 \cdot n + 2$ $\quad (2 \cdot n + 2) \cdot 2$ $\quad$ n: total de azulejos de la guarda.

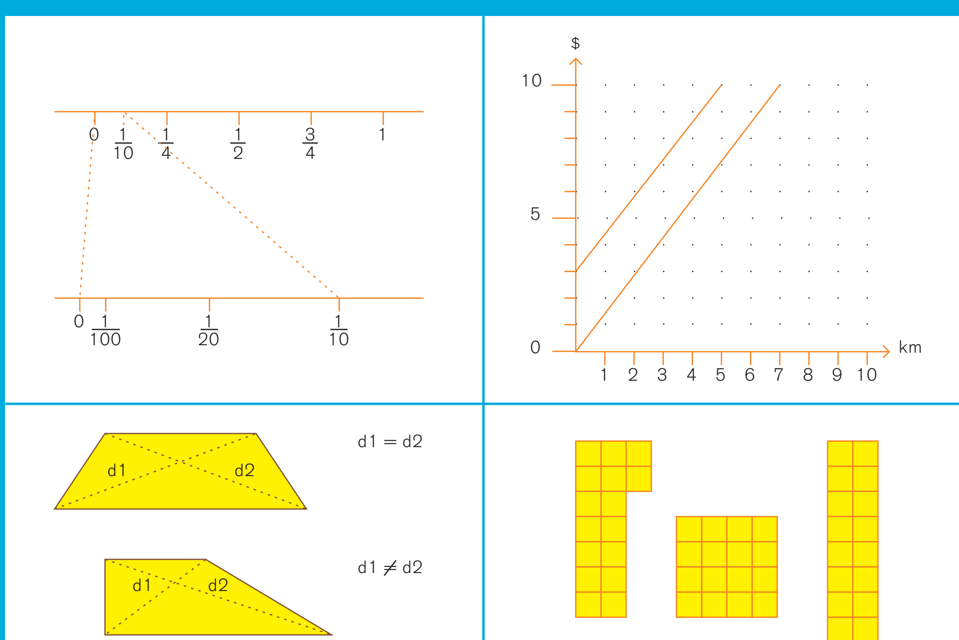
PROBLEMA 2

a. Después de resolver el problema anterior, compará cómo hizo tu compañero para darse cuenta si las fórmulas permitían obtener o no el valor buscado.
b. Con tu compañero, hacé una lista con las fórmulas que conocen, como las que usan para calcular perímetros y áreas, y discutan si podrían escribirse de otra forma.



PARECE QUE VALE SIEMPRE, PERO NO

En las clases de Matemática, resolvemos problemas usando todo lo que sabemos pero, a veces, hay que comprobar si los conocimientos que vamos a usar siguen siendo válidos en las nuevas situaciones.
Por ejemplo, algunas afirmaciones que conocemos como ciertas para los números naturales no valen cuando trabajamos con números racionales. O si consideramos dos cantidades que están relacionadas de manera tal que cuando aumenta una, entonces aumenta la otra, no siempre valen las propiedades de la proporcionalidad. También ocurre que al comparar dos figuras que tienen propiedades en común, puede ser que no compartan otras propiedades. Asimismo, al considerar los cambios en una figura con determinada área y determinado el perímetro, puede ser que cambie el perímetro y no el área o que cambien de diferente forma.



Analizar cuándo un procedimiento matemático es válido y cuándo no lo es, cuándo una propiedad se cumple o no se cumple, cuándo una afirmación es verdadera y cuándo es falsa, también es parte del trabajo matemático.

ACERTIJO

Pablo y Andrés viven en un mismo edificio del barrio porteño de Almagro. Sus departamentos tienen exactamente las mismas dimensiones.
Juntos realizaron un viaje por la selva misionera. Su travesía duró varios meses y en ella pudieron recolectar un importante número de plantas subtropicales. Como ambos son apasionados por la botánica, quedaron deslumbrados por la diversidad vegetal del lugar.
Entre los plantines de enredadera que trajeron, tres son de la especie más interesante para ser estudiada, porque crecen muy pronunciadamente: cada día duplican la superficie que ocupan. Para verificar esta información, los dos vecinos acondicionaron cuidadosamente cada uno de sus departamentos. Sellaron puertas y ventanas con rociadores que reprodujeron la humedad del ambiente selvático, mantuvieron la temperatura adecuada con estufas y desplegaron cintas métricas a lo largo, ancho y alto de los ambientes para poder medir con precisión el crecimiento de las enredaderas.
La única diferencia entre ambos fue que Pablo colocó uno de los tres plantines en su cuarto y Andrés dispuso los dos restantes en el suyo. Calcularon que la planta cubriría el cuarto de Pablo al décimo día y las de Andrés, al quinto día.
Sin embargo, al llegar el quinto día, tuvieron una sorpresa: la habitación de Andrés no estaba cubierta.

- ¿Podrías explicar qué había pasado?

PISTA

La presentación del acertijo predispone a pensar que a los cinco días se cubrirá el cuarto de Andrés, dado que en uno de los cuartos han colocado el doble de plantas que en el otro. Pero, ¿es realmente así? Si consideramos el crecimiento individual de cada planta, al décimo día la enredadera cubre todo el cuarto, pero el día anterior, ¿qué parte de la habitación cubre? ¿Cuántos días le lleva a cada planta cubrir media habitación?



SI CAMBIAN LOS NÚMEROS, ¿VALEN LAS MISMAS PROPIEDADES?

En Aritmética, es importante tener en cuenta con qué números estamos trabajando, ya que lo que es válido para un conjunto numérico no siempre vale para otro conjunto.

En los números naturales, cada número tiene un siguiente. ¿Esto también vale para los números racionales?

Si un número es par, podemos asegurar que se puede dividir exactamente por 2. ¿Y si es impar?

Si dividimos dos números racionales, siempre obtendremos otro número racional, pero si dividimos dos números naturales, no siempre obtendremos como resultado un número natural.

¿Para qué números vale cada propiedad?

PROBLEMA 1

Flavia y Pablo son dos chicos conocidos por sus compañeros porque siempre están discutiendo por todo en la clase de Matemática. Les cuesta tanto escucharse, que a veces ni se dan cuenta si están hablando o no sobre las mismas cosas. Las que siguen son frases que iniciaron algunas de sus famosas discusiones.



¿Creés que lo que dicen es cierto a veces, siempre o nunca? ¿Qué les dirías para convencerlos?

PROBLEMA 2

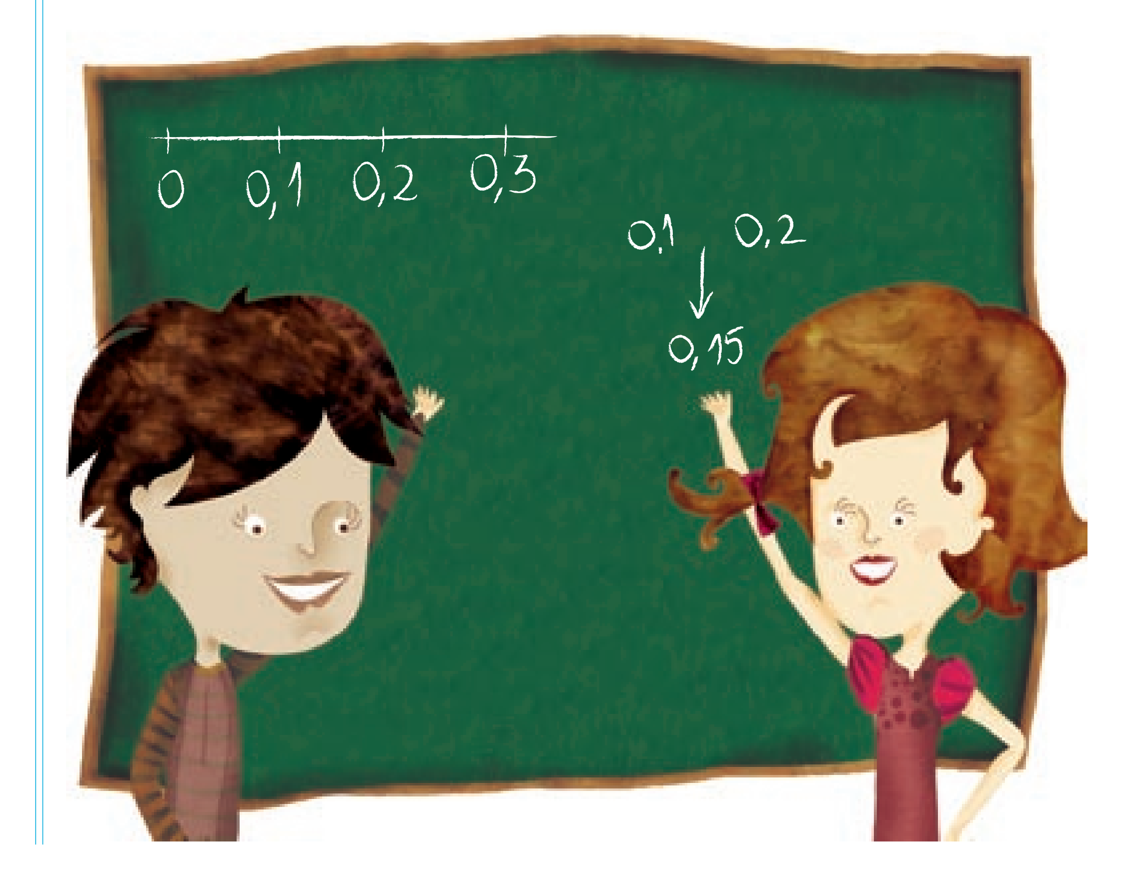
a. ¿Cuántas fracciones existen con denominador 7 que sean menores que 1? ¿Y que sean equivalentes a 1?, ¿y mayores que 1?

b. ¿Cuántas fracciones existen con numerador 7, que sean menores que 1? ¿Y equivalentes a 1? ¿Y mayores que 1?

PROBLEMA 3

a. Pablo sostiene que el sucesor de $\frac{2}{5}$ es $\frac{3}{5}$. Flavia responde que no sabe si será otra fracción, pero que $\frac{3}{5}$ seguro no es, porque $\frac{2}{5}$ es menor que un medio y $\frac{3}{5}$ es mayor que un medio. Entonces, entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$ se encuentra $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es tu opinión?

b. Pablo sostiene que el sucesor de 0,1 es 0,2. Flavia dice que no puede ser, porque 0,15 es mayor que 0,1 y menor que 0,2. ¿Cuál es el sucesor de 0,1? ¿Por qué?



PROBLEMA 4

Pero no solamente Flavia y Pablo discuten en la clase de Matemática. Estas son algunas de las discusiones que mantuvieron otros integrantes.

a. Paula le dice a Carlos que cuando se divide un número, el resultado siempre es menor que ese número, porque la división es una operación que siempre reduce. ¿Es cierta esta afirmación? ¿Por qué?

b. Paula también dice que la multiplicación es una operación que siempre agranda porque el resultado es mayor que los números que se multiplican. ¿Es cierta la afirmación? ¿Por qué?

c. Pensando en las fracciones, ¿por qué si dividimos numerador y denominador por un mismo número natural se obtiene una fracción equivalente?

PROBLEMA 5

Esta es otra discusión que mantuvieron en la clase Juan, Pablo y Mariela.



a. ¿En qué número esta pensando Mariela? ¿Quién tiene razón? ¿Por qué? ¿Qué le dirías para convencer al que, según tu opinión, está equivocado?

–Pablo: *Yo no entiendo bien. Para sumar dos fracciones algunos usan una regla en la que hay que buscar un múltiplo común, el menor posible, de los números que están en el denominador. Entonces, ¿está bien pensar en múltiplos cuando trabajo con fracciones?*

–Mariela: *No. Una cosa es querer buscar el múltiplo de una fracción y otra es usar esa regla.*

b. ¿Qué está pensando Mariela?

SI CAMBIAN LOS NÚMEROS, ¿VALEN LAS MISMAS PROPIEDADES?
REFLEXIONES

En los problemas que resolviste, habrás comprobado que los criterios para comparar números, la cantidad de números que se pueden encontrar entre otros dos y la posibilidad de encontrar un resultado que sea del mismo campo numérico son algunos de los aspectos que cambian según cuáles sean los números con los que trabajamos. Estos cambios provienen de las propiedades que posee cada uno de los tipos de números.

PROBLEMA 1

a. Si considerás los números naturales, ¿cuál es el sucesor de 5? ¿Y el de 6?

b. Si tenemos en cuenta los números racionales, entre el 5 y el 6 encontramos una infinidad de valores intermedios. Buscá cinco ejemplos que usarías para convencer a un compañero que piensa que esto no es cierto.

c. Esto último también ocurriría entre otros dos números racionales diferentes. No importa cuán cercanos consideremos los dos valores, siempre encontraremos nuevos valores entre ellos. ¿Cómo podrías mostrar esta idea con ejemplos a un compañero?

PROBLEMA 2

Para pensar los ejemplos anteriores, ¿usaste expresiones fraccionarias o decimales?

a. Compará tus escrituras con las de otros compañeros y discutan las ventajas de usar una u otra.

b. Si no lo hicieron antes, representen los ejemplos elegidos en la recta numérica.

PROBLEMA 3

a. Al plantear multiplicaciones y divisiones entre pares de fracciones o decimales y comparar esos números con el resultado, no siempre ocurre lo mismo. A veces, el resultado de la multiplicación es mayor que cada factor y a veces no. A veces el cociente es mayor que el dividendo y a veces no. Buscá ejemplos de ambas posibilidades para cada operación y escribí un criterio para anticipar como será el resultado en cada caso.

b. ¿Por qué no tiene sentido plantear las relaciones de múltiplo y divisor con las fracciones y los decimales?

Dado un número cualquiera, ¿siempre podemos encontrar otro que al multiplicarlo por el anterior dé un resultado dado?
En los números racionales esto siempre va a ser posible. Por ejemplo, si tenemos el número $\frac{3}{5}$ y deseamos que el resultado de la multiplicación sea 8, podemos multiplicar por $\frac{40}{3}$. Pero este procedimiento no siempre es posible, porque existen otros números, como µ, $\sqrt{2}$, etc., para los cuales esta forma de resolver ya no es válida.

EN LAS RELACIONES ENTRE CANTIDADES, ¿CUÁNDO VALE LA PROPORCIONALIDAD?

En muchas situaciones de la vida cotidiana y de las ciencias, como la Biología o la Física, encontramos cantidades que se relacionan con otras y varían de modo tal que los valores de una dependen de los valores que tome la otra. Por ejemplo, el consumo de nafta de un automóvil varía según la velocidad y la cantidad de kilómetros que se recorren; el precio que se paga por distintos productos depende de la cantidad que se compra.

Para transmitir la información acerca de las relaciones entre cantidades, es frecuente recurrir al uso de gráficos pues éstos, además de mostrar qué pares de cantidades están relacionados, permiten observar cómo varían esas cantidades.

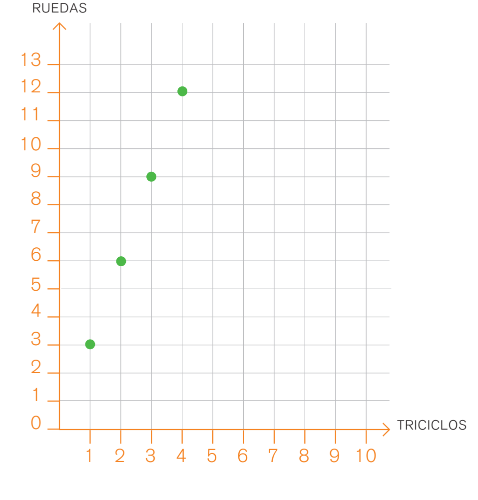
¿Siempre que se representa una relación de proporcionalidad directa en un sistema de ejes, se obtiene una recta?

¿Es cierto que si dos cantidades están relacionadas de manera tal que cuando aumenta una aumenta la otra, la relación es de proporcionalidad directa?

¿Cuándo se puede afirmar que una relación es directamente proporcional?

PROBLEMA 1

Al resolver un problema acerca de la cantidad de ruedas necesarias para fabricar distintas cantidades de triciclos, cuando estudiaban relaciones de proporcionalidad directa, un grupo de chicos diseñó el siguiente gráfico:



En el grupo, surgió la discusión acerca de si debían unir los puntos con una línea o no. Esta es la conversación que mantuvieron los chicos.

Pablo: *–Hay que trazar la línea, si no el gráfico no vale.*

Fede: *–Los puntos que pusimos alcanzan, hay que considerar solo los números naturales.*

María: *–¿Por todos los naturales?*

Fede: *–Sí.*

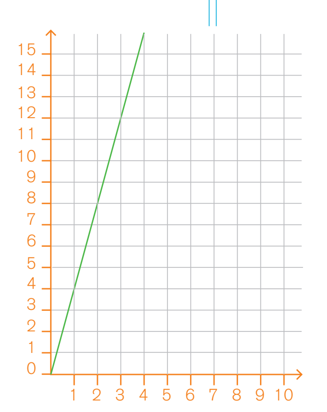
María: *–Para mí, tiene que pasar solo por algunos números naturales.*

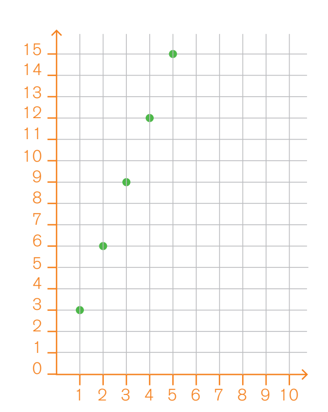
¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?

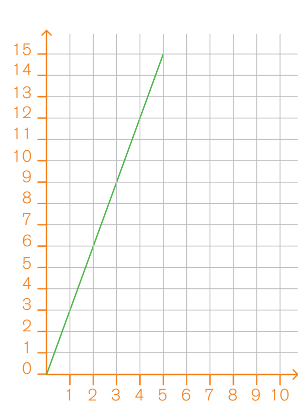
Cuando se representan relaciones directamente proporcionales en un gráfico cartesiano, los puntos que representan los pares de valores que se corresponden están alineados sobre una recta que pasa por el origen de coordenadas.

PROBLEMA 2

Unos chicos tenían que completar tablas de precios y disponían de los siguientes gráficos para hacerlo:







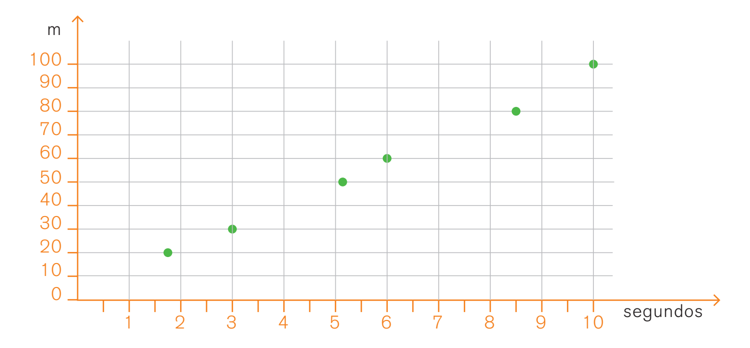
- ¿Qué gráficos pudieron haber elegido para cada tabla? ¿Por qué?

Tela (m)	1	2	4	5,50		
Precio $	3				9	10,50

Alfajores	1	6	12			5
Precio $		18	36	12	6	

PROBLEMA 3

Un preparador físico registró las distancias recorridas por un atleta que se entrena para correr los 100 metros llanos, para distintos tiempos:



a. ¿Cuál fue el mejor tiempo obtenido por el atleta? ¿Y el peor?

b. Considerá el gráfico para estimar los tiempos en los que este aleta podría recorrer 40 metros, 90 metros y 45 metros.

c. ¿Pensás que también se podría usar el gráfico para estimar cuánto tiempo puede tardar el atleta en recorrer 120 metros? ¿Y 200 metros?

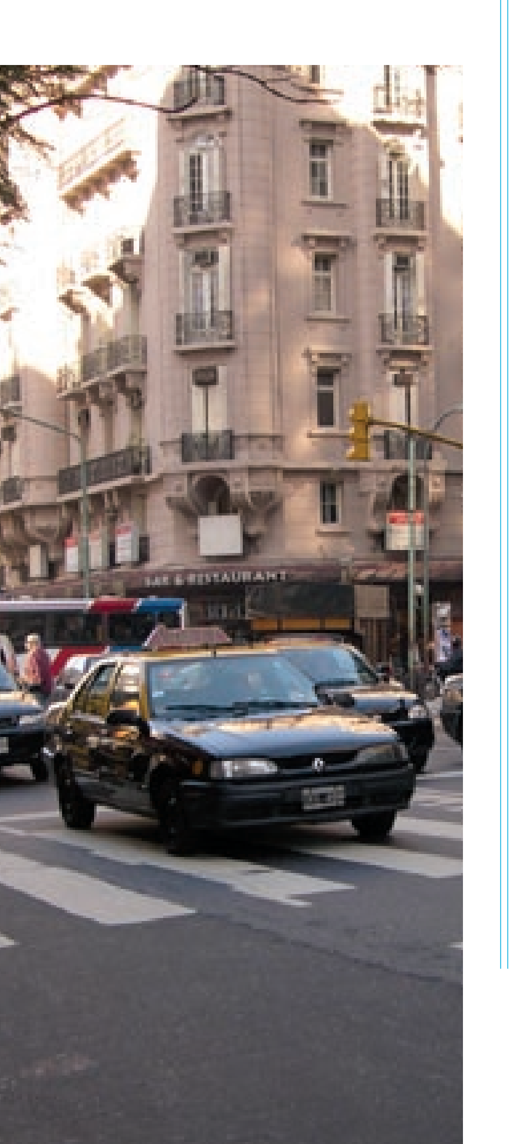
d. ¿Creés que tiene sentido unir los puntos del gráfico? ¿Por qué?

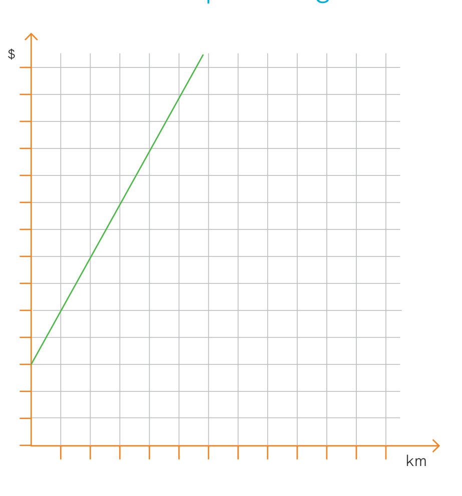
PROBLEMA 4

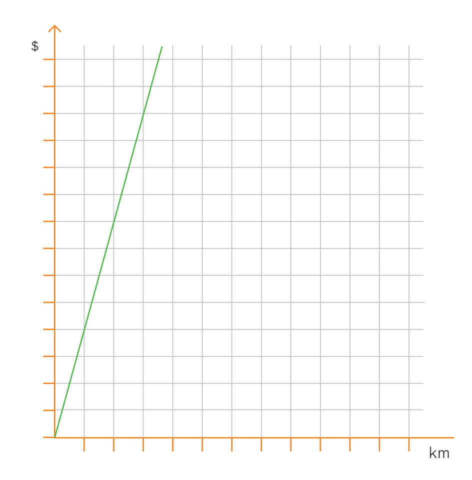
Unos amigos deciden poner un negocio de reparación de computadoras con entrega en el domicilio del cliente. Para estimar sus costos, deciden investigar los precios en distintas remiserías y servicios de radio taxi. La empresa de radio taxi "Teletax" cobra $ 3 por el servicio y luego agrega a ese valor el resultado de multiplicar por 2 los kilómetros recorridos. Roque, un remisero del barrio, cobra multiplicando por 4 la distancia recorrida en kilómetros.

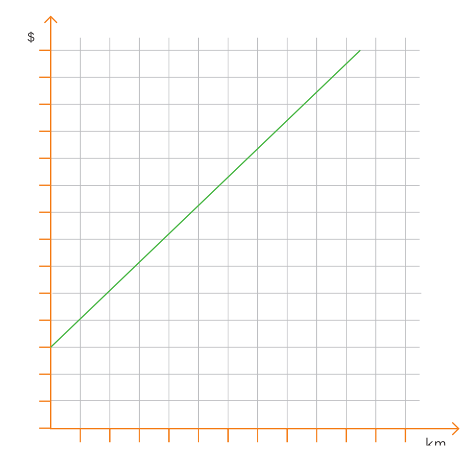
a. Para realizar un viaje de 1 kilómetro, ¿cuál de los dos medios conviene para hacer el envío? ¿Y de menos de 1 kilómetro? ¿Por qué?
b. Si el viaje fuera de 5 o de 10 kilómetros, ¿con qué medio se pagará menos? ¿Con el taxi o con el remís?
c. ¿A qué servicio conviene contratar?
d. ¿Alguno de los siguientes gráficos resulta adecuado para estimar el costo del transporte según las distintas empresas?

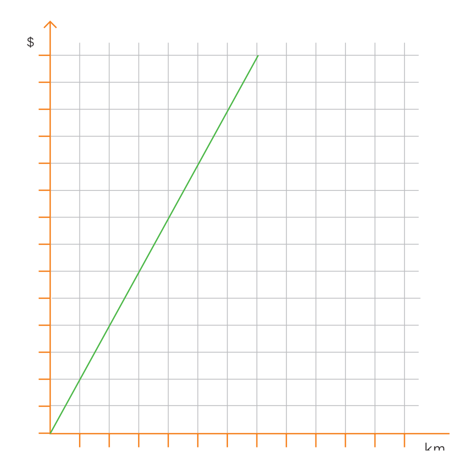
En las relaciones de proporcionalidad directa, el cociente entre los valores que se corresponden es constante.





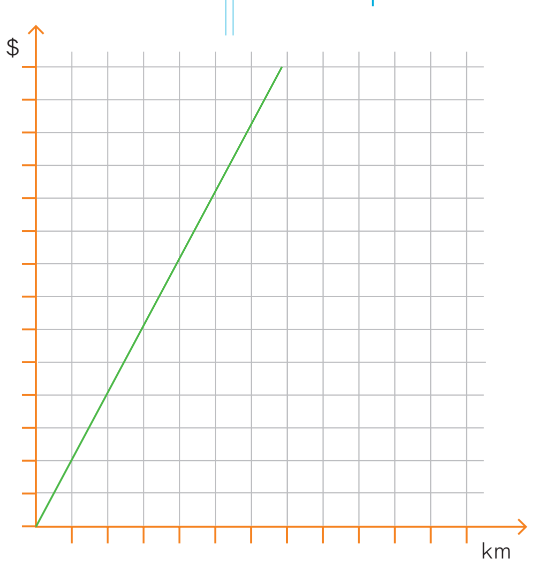


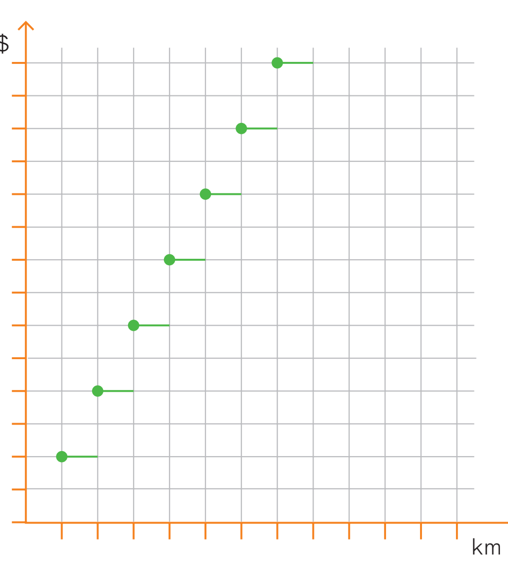




PROBLEMA 5

La remisería Álvarez Hermanos cobra $ 2 por cada kilómetro recorrido.
a. ¿Cuál de los siguientes gráficos es válido para representar lo que cobra esta empresa? ¿Por qué?





b. ¿En algún caso conviene usar los servicios de esta remisería?
c. ¿Es cierto que si en un viaje se recorre el doble de kilómetros que en otro, hay que pagar el doble de lo que se pagó antes?
d. ¿Es cierto que si un cliente pagó el doble que otro, recorrió el doble de distancia que el otro?

PROBLEMA 6

Uno de los socios afirma que, con cualquiera de los transportes (Teletax, el remisero Roque o Álvarez Hermanos) para estimar el costo de un envío nuevo, es suficiente conocer el costo y la distancia de un envío anterior y usar la regla de tres.
¿Estás de acuerdo con lo que dice? ¿Por qué?

PROBLEMA 7

Discutí con un grupo de compañeros qué remisería o empresa de radio taxi elegirían ustedes para hacer distintos viajes.
a. Armen un cuadro donde se pueda ver fácilmente cuál empresa conviene en función de la distancia.
b. Determinen cómo se puede estimar el costo del viaje en cada caso.

PROBLEMA 8

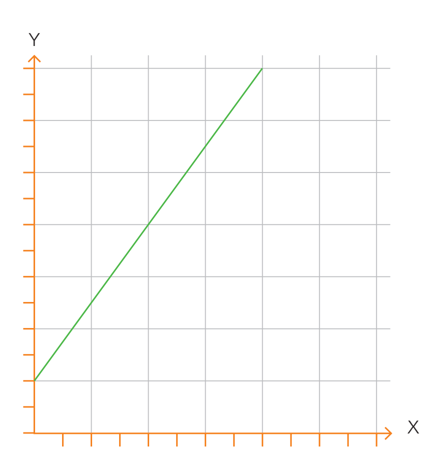
Dos locutorios ofrecen acceso a Internet y cobran un valor proporcional al minuto de uso. En el locutorio "Víctor" se cobra $ 1 más por el acceso a la computadora y en el locutorio "Maxi" hay una oferta de $ 1 por la primera hora.

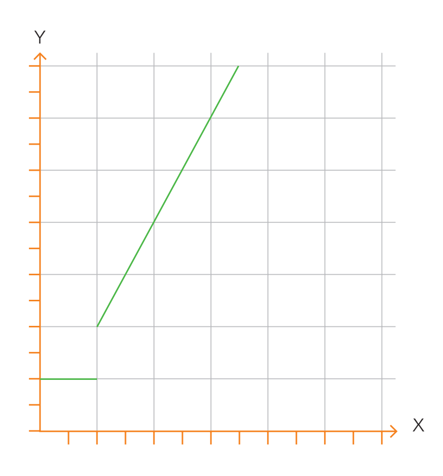
a. Celia pagó $ 4 por 2 horas en "Víctor" y también gastó $ 4 por 2 horas en "Maxi". Dice que da lo mismo ir a uno o a otro. ¿Estás de acuerdo con ella?

b. El encargado del locutorio "Maxi" dice que sus clientes van a mandar o leer mails, pero que nunca se quedan a jugar o a *chatear*. En cambio, el encargado del locutorio "Víctor" dice que hay chicos que pasan 2 y 3 horas en su negocio. ¿Por qué pensás que pasa esto?

c. Escribí qué cálculos hacen para cobrar en cada locutorio.

d. ¿Cuál es el gráfico que muestra lo que cobra cada locutorio? ¿Por qué?





PROBLEMA 9

Juan quiere abrir un locutorio cobrando $ 2 proporcionales a cada hora de uso de la computadora. No sabe si agregar un pago mínimo de $ 2 o si hacer una oferta de $ 1 por la primera hora.

a. ¿Existe algún lapso de tiempo en el que convenga una de las opciones? ¿Es cierto que al conectarse el doble de tiempo se paga el doble?

b. El hijo de Juan le dice que le conviene cobrar más barato: $0,01 el primer minuto, $0,02 a los 2 minutos, $0,04 a los 3 minutos... y así, duplicando el precio cada vez que pasa un minuto. ¿Pensás que a Juan le conviene aceptar la propuesta de su hijo? Si lo hace, ¿le sacaría clientes al locutorio "Víctor" del problema 8?

EN LAS RELACIONES ENTRE CANTIDADES, ¿CUÁNDO VALE LA PROPORCIONALIDAD?
REFLEXIONES

Los problemas que hiciste sobre relaciones entre cantidades te llevaron a pensar sobre las variaciones directamente proporcionales. En algunos casos, para determinar la cantidad que le corresponde a otra, es posible usar las propiedades de la proporcionalidad directa pero, en otros, hay que tener en cuenta otros valores.

PROBLEMA 1

a. Elegí, entre los problemas 1 a 8 de este apartado, los que tengan las siguientes características.

- Un problema en el que todos los valores posibles para las cantidades varíen de manera directamente proporcional.
- Un problema en el que algunos valores de las cantidades que se relacionan, varían de manera directamente proporcional.
- Un problema en el que los valores de las cantidades no varían de manera directamente proporcional.

b. ¿Qué propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa usaste para elegir los problemas?

c. ¿Cómo se pueden usar los gráficos para decidir qué problemas elegir?

PROBLEMA 2

Escribí una síntesis, explicitando cuántas formas conocés de comprobar si una relación entre cantidades es o no es una relación de proporcionalidad directa. Incluí en tu texto las características que tienen los gráficos de estas relaciones en un sistema de ejes.

Cuando diseñamos gráficos, es importante tener en cuenta qué valores puede adoptar una variable y cuáles no. Si estamos contabilizando gente, nuestro gráfico deberá estar constituido por puntos y no podemos unirlos con una línea, pues entre dos naturales consecutivos no existe otro natural. Pero si nuestro gráfico expresa tiempo, distancia, etc., entonces sí debemos unir los puntos con una línea. Así, podremos medir el tiempo en lapsos tan pequeños como necesitemos y también podremos medir las longitudes con la precisión deseada. Entre dos lapsos de tiempo siempre podemos encontrar otro intermedio, entre dos longitudes siempre podemos encontrar otra intermedia. Como vemos, al hacer gráficos también debemos tener en cuenta las propiedades de los números involucrados.


Sander Sepp

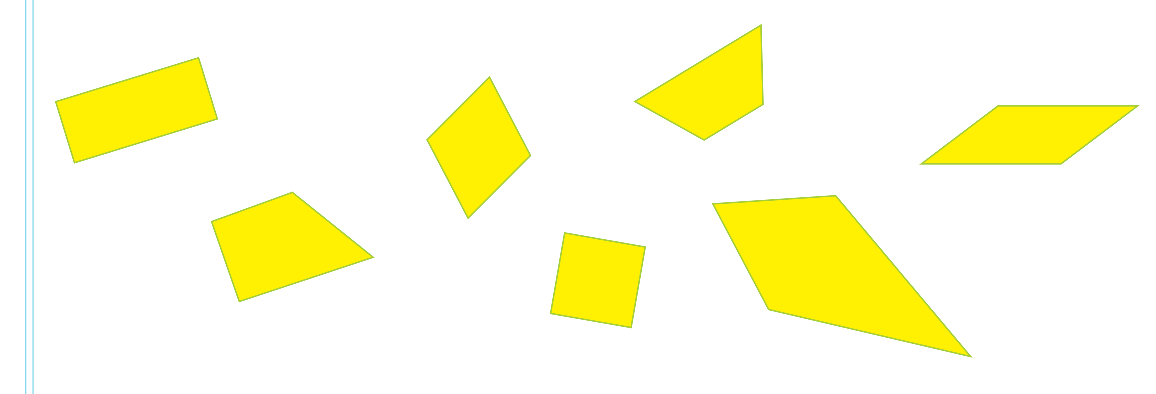
PROPIEDADES GEOMÉTRICAS, ¿PARA QUÉ FIGURAS VALEN?

Así como ciertas propiedades valen para un conjunto numérico pero no para otro, lo mismo ocurre con las propiedades de las figuras geométricas. Por ejemplo, muchas propiedades de los cuadriláteros valen para los paralelogramos, pero otras no.
¿Todos los romboides tienen sus diagonales de distinta longitud?
Si un cuadrilátero tiene todos sus ángulos congruentes, ¿se puede asegurar que los lados también son congruentes? ¿Y si la figura es un triángulo?
El estudio de las propiedades de las figuras geométricas nos permite construirlas, pero también nos permitirá, a su vez, reconocerlas y distinguirlas en relación con las demás.

¿Qué propiedades caracterizan a las distintas clases de figuras?

PROBLEMA 1

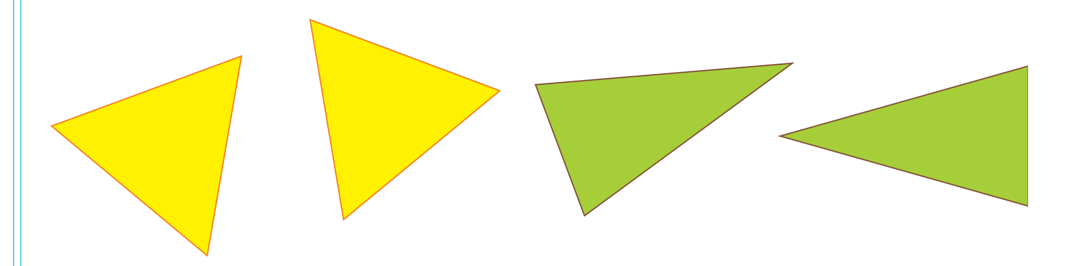
a. En un juego de mensajes, Rocío, Esteban y Matías discutían acerca de cómo dibujar la figura que, según en el texto, debía ser un cuadrilátero cuyas diagonales midieran 8 cm.
Rocío dijo que tenían que hacer un rectángulo, porque el rectángulo tiene diagonales de igual medida. Matías dijo que también podría ser un romboide o un trapecio. Pablo dijo que podría ser un paralelogramo pero que no puede ser romboide, porque los romboides tienen una diagonal más larga que la otra. ¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?
b. Si en el mensaje se hubiera pedido que las diagonales fueran perpendiculares, los chicos, ¿podrían haber pensado en las mismas figuras? ¿Por qué?
c. ¿Y si se hubiera pedido que las diagonales midieran 8 cm y además fueran perpendiculares?



Un romboide es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados consecutivos congruentes.
Un paralelogramos es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos.
Un trapecio es un cuadrilátero que tiene, por lo menos, un par de lados paralelos.
Por lo menos dos significa que también pueden ser más de dos.

PROBLEMA 2

a. ¿Cuántos cuadriláteros diferentes se pueden formar con dos triángulos equiláteros? ¿Y si los triángulos son isósceles?



b. En ambos casos, los cuadriláteros que se obtienen tienen lados congruentes. ¿Por qué?
c. ¿Qué se puede afirmar acerca de la congruencia de los ángulos de los cuadriláteros que se forman?
d. ¿Cómo cambian las respuestas a las preguntas anteriores si los dos triángulos que se combinan para formar los cuadriláteros son escalenos?

PROBLEMA 3

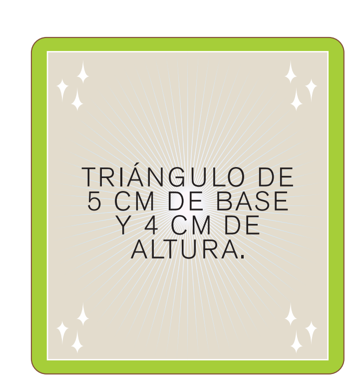
Señalá si las siguientes afirmaciones son verdaderas a veces, siempre o nunca.
a. Si un cuadrilátero tiene los cuatro lados de igual medida, entonces es un cuadrado.
b. Si las diagonales dividen al cuadrilátero en cuatro triángulos congruentes, entonces es un cuadrado.
c. Si un triángulo es equilátero, entonces es acutángulo.
d. Si un triángulo es acutángulo, entonces es equilátero.
e. Si un triángulo tiene todos sus lados congruentes, entonces sus tres ángulos también son congruentes.
f. Si un cuadrilátero tiene todos sus lados congruentes, entonces sus cuatro ángulos también son congruentes.

Afirmamos que dos figuras en el plano son congruentes, cuando las medidas de sus lados y de sus ángulos son iguales. Si superponemos sus dibujos, coinciden punto por punto.

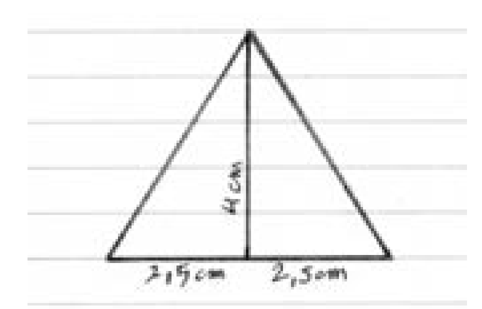


PROBLEMA 4

a. En un juego de mensajes, Paula y César recibieron una tarjeta con el siguiente texto:

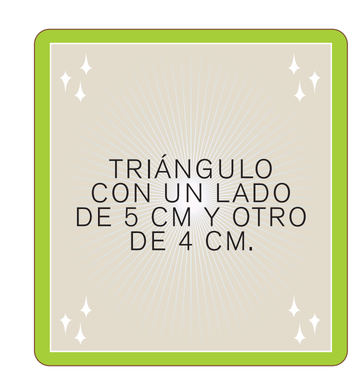


Paula dijo que hay que buscar el punto medio de la base y dibujar en él una perpendicular de 4 cm de largo. Luego, unir el extremo libre de la altura con los dos extremos libres de la base, de este modo:



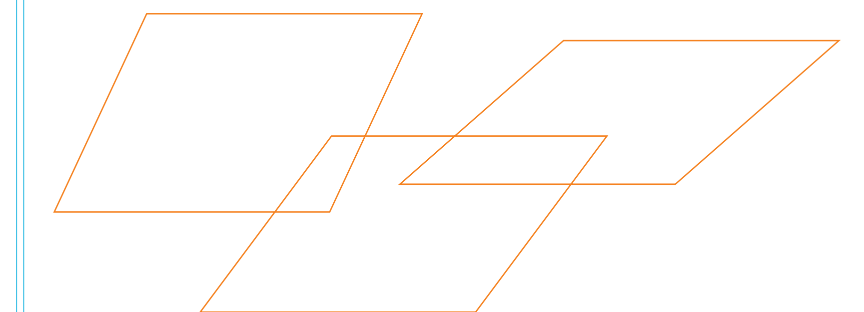
César dijo que se pueden dibujar muchísimos triángulos.
¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

b. Si la tarjeta que recibieron los chicos hubiera sido esta, ¿cuántos triángulos se podrían dibujar?



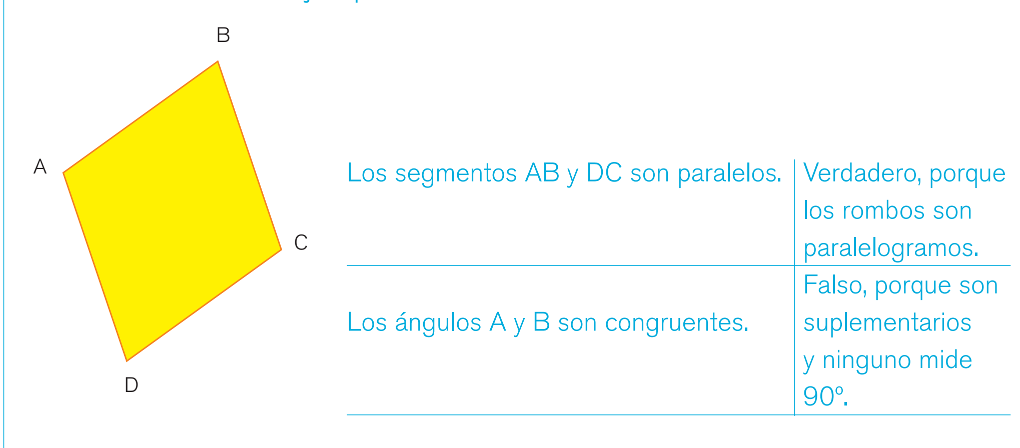
PROBLEMA 5

Considerando un lado de 5 cm y otro de 4 cm, se pueden dibujar tantos paralelogramos como se desee. ¿Qué dato podrías agregar para que el paralelogramo sea único?



PROBLEMA 6

a. Considerá un rombo ABCD, no cuadrado, y escribí 3 afirmaciones que sean verdaderas y 3 que sean falsas. En cada caso, justificá las razones de tu decisión. Por ejemplo:



Los segmentos AB y DC son paralelos.	Verdadero, porque los rombos son paralelogramos.
Los ángulos A y B son congruentes.	Falso, porque son suplementarios y ninguno mide 90º.

b. Considerá ahora las siguientes afirmaciones sobre el cuadrilátero MNOP. ¿Podrías asegurar de qué figura se trata?

Los segmentos MN y OP son paralelos.	Falso
Las diagonales NP y MO se cortan en sus puntos medios.	Falso
Las diagonales NP y MO son perpendiculares.	Verdadero
Los segmentos MN y NO son congruentes.	Verdadero
Los ángulos opuestos M y O son congruentes.	Verdadero

c. Sabiendo que el cuadrilátero FGHI es un paralelogramo (FG es paralelo a HI y F es opuesto a H) decidí si las siguientes expresiones son verdaderas, si son falsas o si no podés establecer su validez. En este último caso, registrá qué información necesitarías conocer para poder hacerlo.

FI es paralelo a GH.
FH es congruente con GI.
F es congruente con G.
F es congruente con H.
FH es perpendicular a GI.
FH y GI no se cortan en sus puntos medios.

PROBLEMA 7

Patricia y Jazmín discuten acerca de cómo construir polígonos regulares.

a. Patricia dice que hay que dibujar tantos triángulos equiláteros como lados tenga el polígono, haciendo coincidir un vértice. Jazmín dice que no, que los triángulos pueden que ser isósceles. ¿Alguna de ellas tiene razón? ¿Cuál? ¿Por qué?



b. Jazmín dice que ella hizo un polígono regular, combinando triángulos rectángulos. ¿Qué figura pudo haber dibujado?

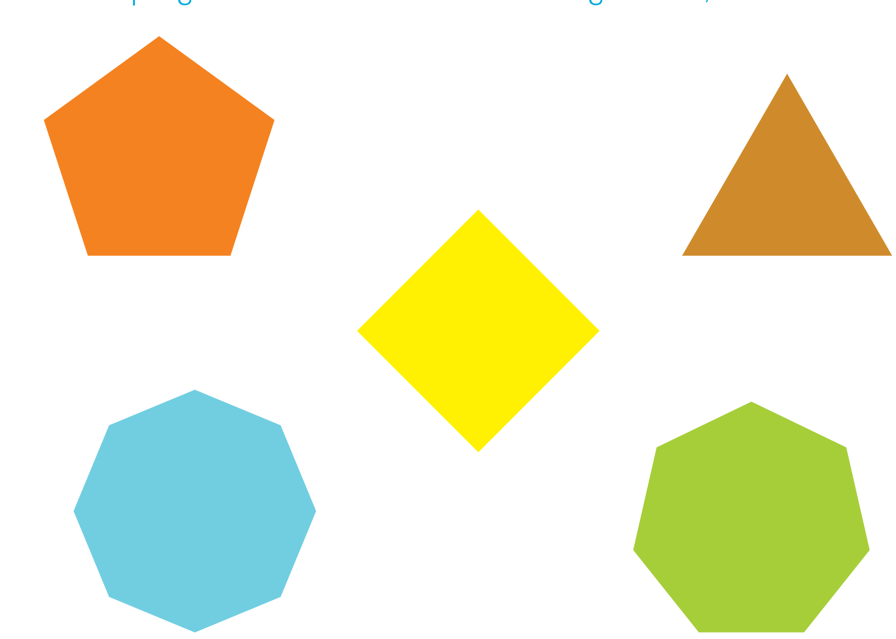
PROBLEMA 8

Señalá si las siguientes afirmaciones son verdaderas a veces, siempre o nunca.

a. Si un polígono es regular, entonces tiene todos sus lados congruentes.

b. Si un polígono es irregular, entonces no tiene lados congruentes.

c. Si un polígono tiene todos sus lados congruentes, entonces es regular.



Un polígono es regular si tiene todos sus lados congruentes y sus ángulos congruentes.

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS, ¿PARA QUÉ FIGURAS VALEN? REFLEXIONES

En muchas ocasiones, pensamos que una propiedad que vale para una figura también vale para todas las que tienen algo en común con esa figura. Esto pasa porque cuando una variedad de figuras distintas tiene una misma propiedad, podemos agruparlas en una clase de figuras. Por ejemplo: los paralelogramos, los rombos, los rectángulos, los cuadrados, son todos trapecios, pues tienen un par de lados paralelos. Sin embargo, esa clase propiedades vale para algunas figuras y no para otras.

PROBLEMA 1

Hacé una lista con todas las propiedades que usaste al resolver los problemas 1 a 8 de este apartado y, para cada propiedad, elegí un ejemplo de una figura para la que valga esa propiedad y otra para la que no valga.

PROBLEMA 2

Para cada una de las siguientes afirmaciones, buscá un ejemplo que sirva para justificar que esa afirmación es falsa.

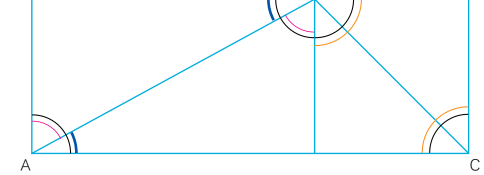
- Todos los romboides tienen sus diagonales distintas.
- Si un cuadrilátero tiene sus ángulos congruentes, los lados también son congruentes.
- Los cuadriláteros que tienen ángulos opuestos congruentes, tienen lados paralelos.

PROBLEMA 3

¿Para qué figuras es posible afirmar que si los lados son congruentes, entonces los ángulos también lo son?

Si un triángulo tiene dos ángulos que miden 40º y 50º se puede saber cuánto mide el otro ángulo. Pero si se sabe que un cuadrilátero tiene un ángulo de 40º y otro de 50º, solo podemos decir que la suma de los otros dos ángulos es 90º. Según la forma de la figura, estos ángulos podrían ser congruentes o no.

En todos los triángulos, la suma de ángulos interiores es 180º. Esta propiedad es válida para todos los triángulos y, a su vez, distingue al triángulo de otros polígonos, ya que si estamos ante un polígono cuya suma de ángulos interiores no da 180º, podemos afirmar que no es un triángulo.



ÁREAS Y PERÍMETROS DE FIGURAS, ¿QUÉ CAMBIOS VALEN Y CUÁLES NO?

Seguramente, ya habrás calculado muchas veces el área y el perímetro de triángulos y cuadriláteros y también de otras figuras. Ahora vas a analizar qué vale y qué no, cuando variamos algunas medidas o cuando varían las figuras.

Si se conoce el perímetro de un cuadrado, se puede calcular su área. Si la figura fuera un rectángulo, ¿también es posible hacerlo?

¿Siempre es cierto que si aumenta el perímetro de una figura, también aumenta el área?

Si el lado de un rectángulo aumenta 1 cm, ¿cuánto aumenta el perímetro?, ¿y el área?

¿Cómo cambian el perímetro y el área de una figura cuando cambian su forma o sus medidas?

PROBLEMA 1

a. Si un cuadrado tiene un perímetro de 24 cm, ¿cuál es su área?
b. Si un rectángulo, tiene un perímetro de 24 cm, ¿cuál podría ser su área?
c. Saber la longitud de los lados de un cuadrilátero, ¿permite calcular su área con las fórmulas que conocés siempre o a veces? ¿Y qué sucede con un triángulo?

PROBLEMA 2

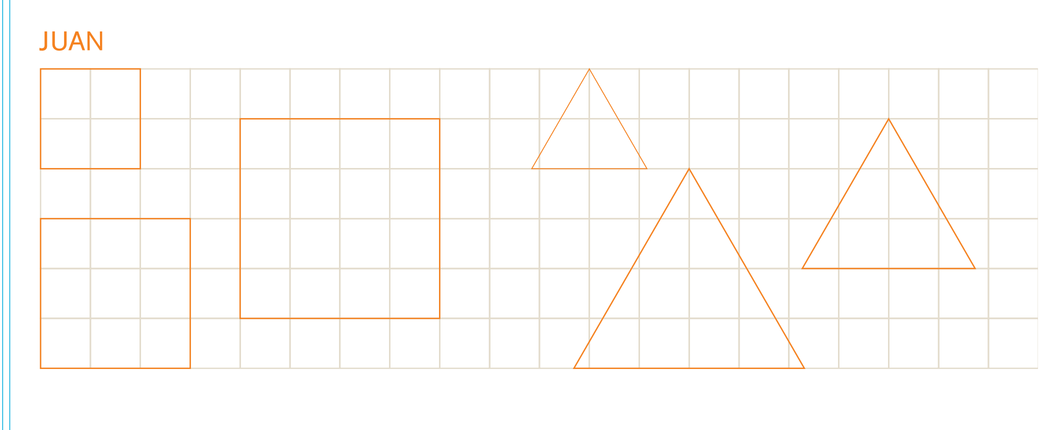
a. ¿Cuántos triángulos se pueden dibujar con un perímetro de 12 cm? ¿Y con un perímetro de 17 cm?
b. Leé las afirmaciones de cada uno de estos chicos y contestá con quién estás de acuerdo y por qué.

Con el primer perímetro hice un triángulo de 4 cm, pero con el otro no me sale.
Yo hice un triángulo de 5, 4 y 3 cm de lado. Para el de 17 cm hay muchas opciones: 4, 6 y 7 cm ó 5, 5 y 7 cm ó 6, 6 y 5 cm.
Yo puedo encontrar tantos triángulos como quiera.
JUAN
JULIA
LUIS

c. ¿Cuántos rectángulos distintos se pueden dibujar que tengan 22 cm de perímetro? ¿Todos ellos poseen igual área?

PROBLEMA 3

Los chicos discuten ahora acerca de cómo cambia el área de una figura cuando cambia su perímetro.
a. Juan dice que cuando aumenta el perímetro, aumenta el área y Julia dice que ella fue agregando cuadrados y que el perímetro del rectángulo va aumentando de a 3 y el área aumenta de a 1, así que aumenta. Para justificar sus afirmaciones, mostraron estos dibujos.



¿Sirven los ejemplos de Juan y Julia para asegurar que siempre que aumenta el perímetro de una figura aumenta su área? ¿Por qué?
b. ¿Es cierto que si a un rectángulo se le resta un centímetro de la base y se le suma un centímetro de la altura, su área y su perímetro no cambian? ¿Por qué? ¿Existe algún caso particular en que se cumpla?

PROBLEMA 4

a. Un grupo de alumnos buscaron rectángulos que posean área 36. Uno de los chicos propuso una base de 9 cm y una altura de 4 cm. Otro propuso una base de 12 cm y una altura de 3 cm. Una chica propuso una base de 36 cm y altura de 1 cm. Y otra propuso invertir los datos, por ejemplo base de 1 cm y altura de 36 cm.
Cuando una chica propuso un cuadrado de 6 cm x 6 cm, sus compañeros no estuvieron de acuerdo, dijeron que no es rectángulo, que es un cuadrado. ¿Estás de acuerdo con la objeción? ¿Por qué?
b. El maestro propone la siguiente duda: ¿podrá tener el rectángulo un lado de 8 cm? ¿Cuánto tendría que medir el otro lado?

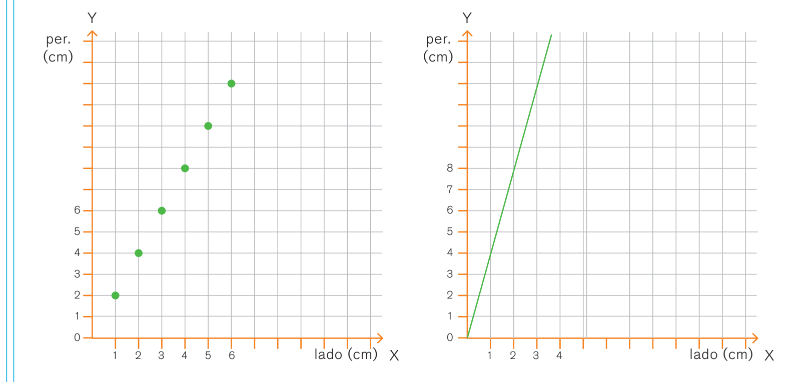
PROBLEMA 5

Un albañil está trabajando en la remodelación de una vieja casona. El largo y el ancho del patio se ampliarán al doble y, para obtener la longitud del zócalo del patio nuevo, el albañil calcula el perímetro del patio original y duplica el valor. Procede del mismo modo con el área, para calcular la cantidad de baldosas necesarias. ¿Son correctos sus cálculos? ¿Por qué?



PROBLEMA 6

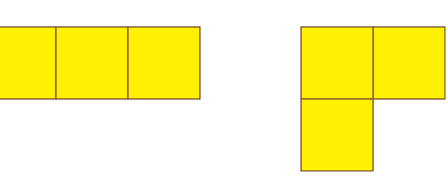
a. Dado un cuadrado de 2 cm de lado, ¿cómo varían el perímetro y el área si se duplica el lado?, ¿y si se triplica?
b. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa la variación del perímetro de un cuadrado con respecto a la longitud de sus lados?



c. Si consideramos un cuadrado de 5 cm de lado, ¿cómo varía su área si se duplica el lado?, ¿y si se triplica? ¿Y si en vez de 5 cm es de 1235 cm?

ÁREAS Y PERÍMETROS DE FIGURAS, ¿QUÉ CAMBIOS VALEN Y CUÁLES NO?
REFLEXIONES

Los problemas que resolviste demuestran que no tiene por qué variar el perímetro si varía el área y no tiene por qué variar el área si varía el perímetro. Es más, aunque parezca extraño, hay figuras que tienen el mismo perímetro y la misma área, pero que no son congruentes.



También es importante aclarar qué figuras se están considerando, ya que algunas afirmaciones solo son válidas para algunas figuras y no para otras.

PROBLEMA 1

Analizá si siempre, a veces o nunca se puede:
a. calcular el perímetro y el área de una figura cuando se conocen:
- las medidas de sus lados,
- la medida de la base y de la altura,
- las medidas de las diagonales.

b. calcular el perímetro cuando se conoce el área.
c. calcular el área cuando se conoce el perímetro.
d. afirmar que si las figuras son congruentes, entonces tienen el mismo perímetro y la misma área.

PROBLEMA 2

Escribí un texto breve que sirva para explicarle a un compañero por qué la relación entre la longitud del lado de un cuadrado y su perímetro es una relación de proporcionalidad directa y la relación entre la longitud del lado y el área no lo es.

Hay relaciones en las que las cantidades están vinculadas de manera tal, que cuando aumenta una, entonces, aumenta la otra pero que no pueden representarse usando el modelo de la proporcionalidad directa. Sin embargo, es posible representar estas relaciones, no con una recta, sino con distintas curvas. Por ejemplo, podemos representar la relación entre la longitud del lado de un cuadrado y su área con el gráfico 1 y el crecimiento de las enredaderas del acertijo con el gráfico 2.

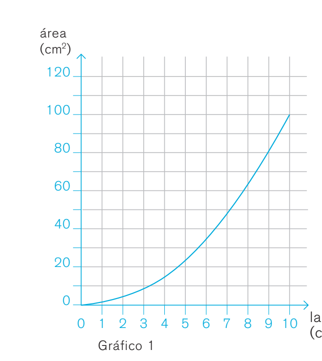


Gráfico 1

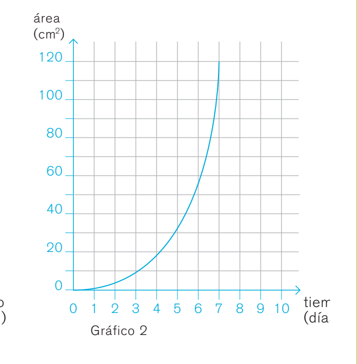


Gráfico 2

PARA SEGUIR PENSANDO

¿Por qué parece que vale siempre pero no siempre vale?

Cuando resolvemos problemas, utilizamos procedimientos que nos parecen adecuados, y que están basados en los conocimientos que tenemos. Cuando discutimos nuestro trabajo con otros, tenemos que explicar cómo lo pensamos y, eventualmente, si algunos no están de acuerdo, dar las razones por las que los hemos utilizado.

En Matemática, siempre nos apoyamos en conocimientos de los que estamos seguros para dar las razones de lo que hemos realizado, por ejemplo, la elección de una operación, los pasos para hacer una construcción o un cálculo, la forma de un gráfico, la elaboración de una fórmula.

Pero los conocimientos de los que estamos seguros provienen de situaciones ya conocidas. ¿Qué ocurre con esos conocimientos cuando las situaciones son nuevas?

Los argumentos que utilizamos para validar lo que hemos realizado deben tener en cuenta que las propiedades y las relaciones no son siempre válidas, sino que mantienen su validez bajo ciertas condiciones. Solo son pertinentes para ciertas circunstancias, si estas cambian, no es correcto utilizarlos.

Por esta razón, tenemos que prestar atención a los números con los que estamos trabajando, tener en cuenta si se trata de una figura determinada o de una clase de figuras, ver si estamos evaluando cantidades que corresponden a una magnitud o a otra que varía distinto o determinar si estamos ante algún gráfico específico para asegurar que lo que decimos y hacemos es válido y si el problema tiene una, varias o infinitas soluciones.

¿Por qué es importante debatir sobre el trabajo realizado con nuestros compañeros y compañeras? Porque asegurarnos de que nuestros argumentos y los de nuestros compañeros resulten convincentes, nos permite ir adquiriendo más confianza en nuestras habilidades matemáticas y avanzar en la idea de que el conocimiento se construye de manera compartida por grupos de personas preocupadas por los mismos problemas.

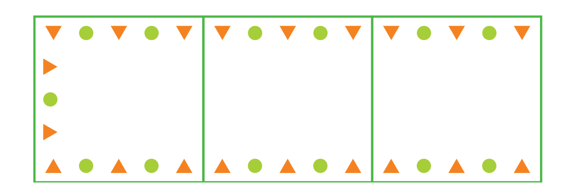
Y así, de a poco, estaremos discutiendo no solo sobre números, figuras o fórmulas, sino sobre los argumentos. Iremos entrando en una forma de trabajar al estilo de los matemáticos.

No siempre alcanza con algunos ejemplos

A lo argo del capítulo, resolviste varios problemas en los que un contraejemplo permite afirmar que una propiedad no es válida, pero encontrar ejemplos favorables no basta para asegurar que una propiedad se cumple siempre.

PROBLEMA 1

En el problema que cerró el capítulo 1, un albañil debía pintar una guarda en unos azulejos con el siguiente diseño:



Para calcular el total de triángulos se proponían las siguientes fórmulas:

$6 \cdot n + 2$ $\quad (3 \cdot n + 1) \cdot 2$
$6 \cdot n + 4$ $\quad (3 \cdot n + 2) \cdot 2$ $\quad$ n: total de azulejos de la guarda.

Probar con algunos casos particulares permite descubrir que la primera fórmula da 8 y no 10 triángulos para un azulejo y lo mismo ocurre con la tercera.

Nº de azulejos	1	2	3	4	5
Cantidad de triángulos	10	16	22	28	34

Como con la segunda y la cuarta fórmula se obtienen los mismos resultados, podríamos pensar que deben ser equivalentes entre sí, pero para sostener esta afirmación no es suficiente que los resultados coincidan para uno, dos, tres, cuatro y cinco azulejos. Debemos encontrar una forma de demostrar que hemos escrito lo mismo en una y otra fórmula.

a. ¿Cómo se puede obtener $6 \times n + 4$ a partir de la expresión $(3 \times n + 2) \times 2$, usando las propiedades de las operaciones?

b. Hacé lo mismo con las fórmulas que describen el total de círculos:
$4 \times n + 2$ y $(2 \times n + 1) \times 2$

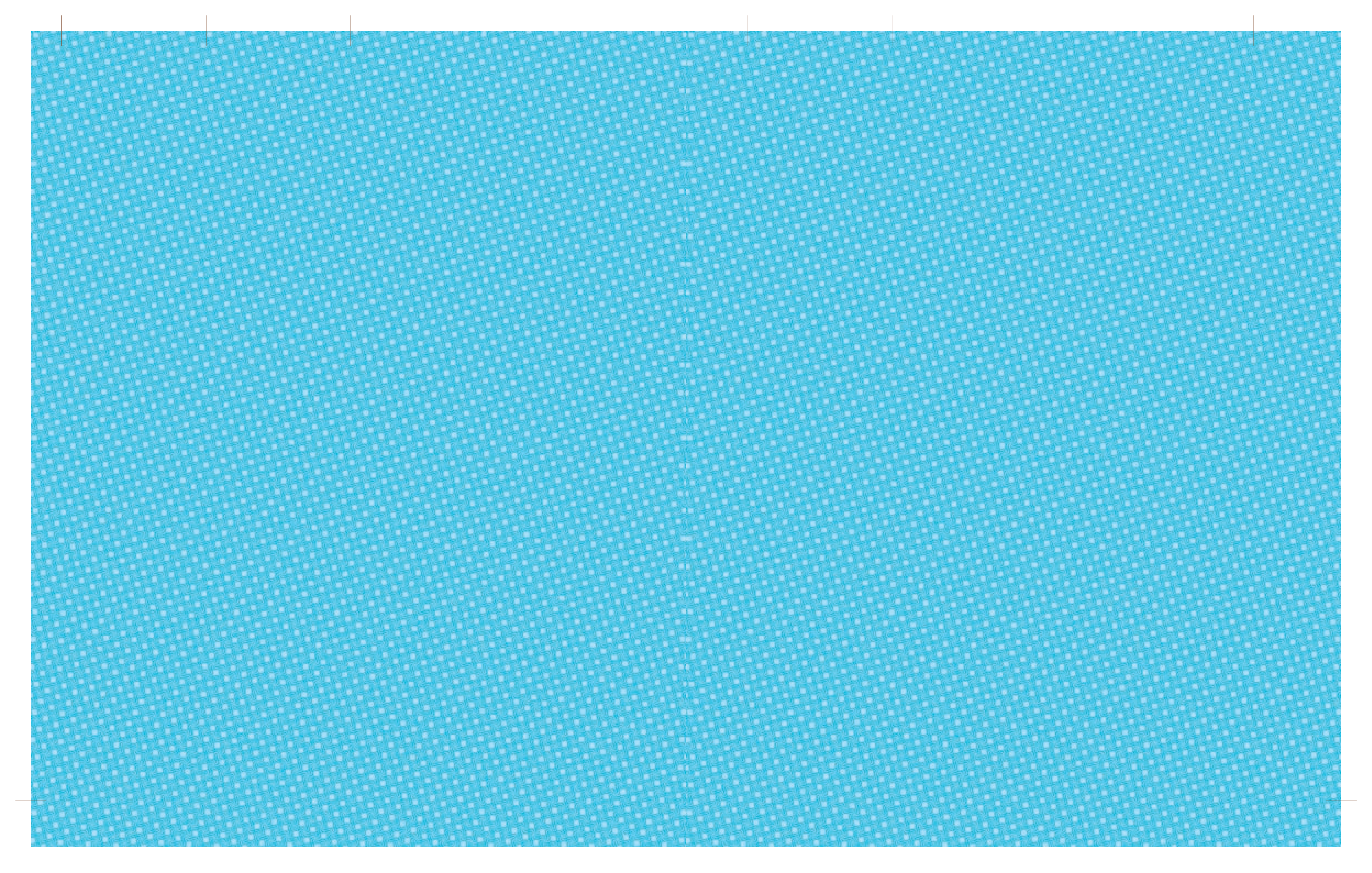
Un contraejemplo es un caso particular que no responde a la propiedad que se desea evaluar.

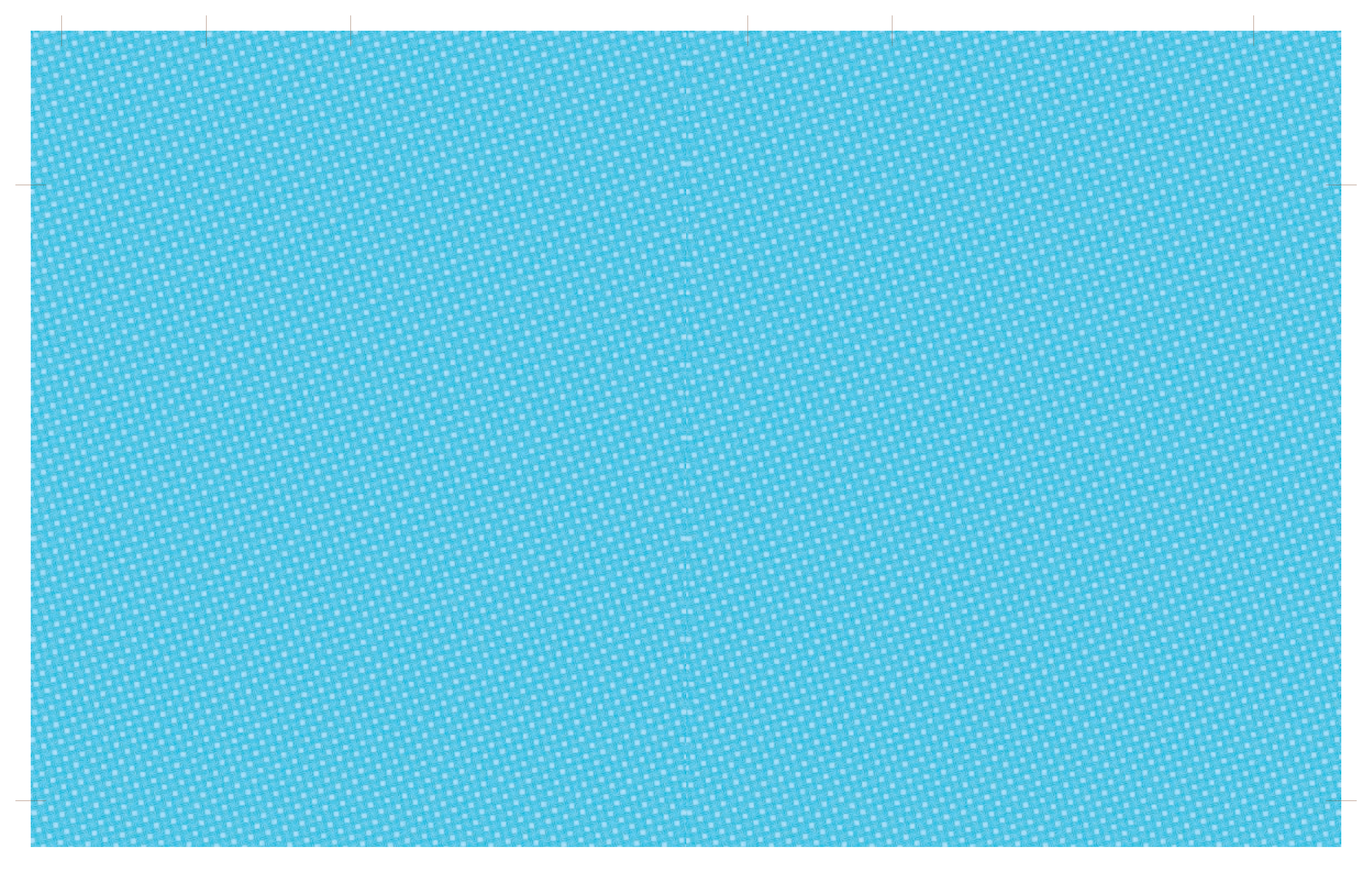
PROBLEMA 2

¿Cómo podés justificar que estas expresiones para calcular el perímetro de un rectángulo son equivalentes?

a. El doble de la suma de un largo más un ancho.

b. El doble del largo, más el doble del ancho.





COLOFÓN
DATOS DEL COLOFÓN